به نام خداوند بخشنده مهربان

مدارهای الکتریکی

Electric Circuits

جناب آقای دکتر حسین آقابابا

یاشار ابری

دانشکده مهندسی، دانشگاه تهران

Yasharabri.ut.ac.ir@gmail.com

yasharabri@ut.ac.ir

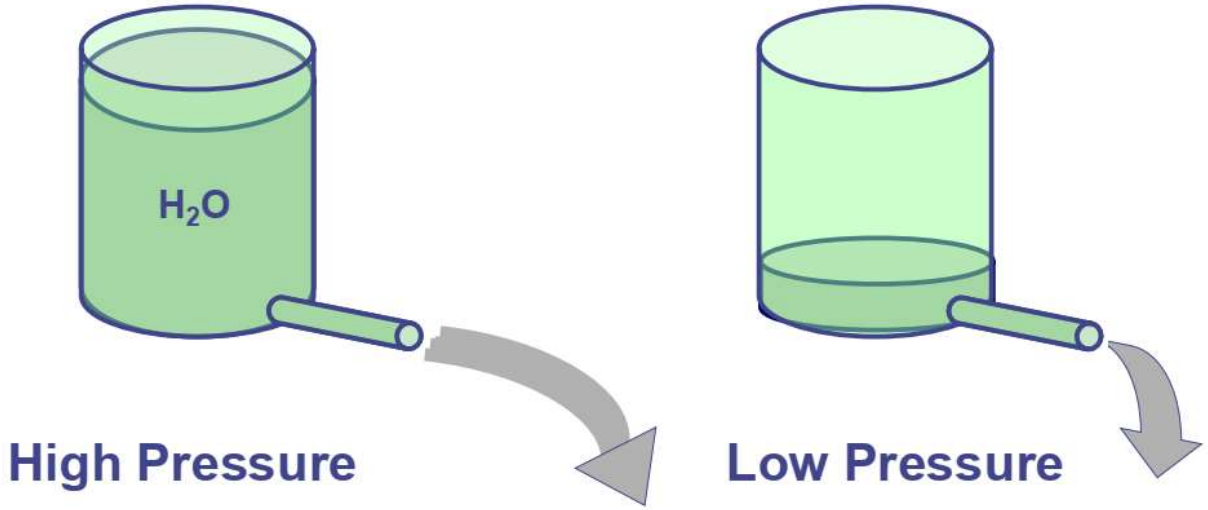
موضوعات درس

- مقدمه‌ای بر مدارهای الکتریکی
- ولتاژ
- جریان
- جهت جریان
- منابع ولتاژ
- ولت‌متر (مولتی‌متر)
- مدارهای متمرکز (Lumped Circuits)
- جهت‌های مرجع
- قانون جریان کیرشهف (KCL)
- قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)
- طول موج و ابعاد مدار

مقدمه‌ای بر مدارهای الکتریکی

- در این بخش یادآوری می‌کنیم که موارد چه هستند:
  - ولتاژ
  - جریان
  - جهت جریان
  - منابع ولتاژ
  - ولت‌متر (مولتی‌متر)

ولتاژ چیست؟



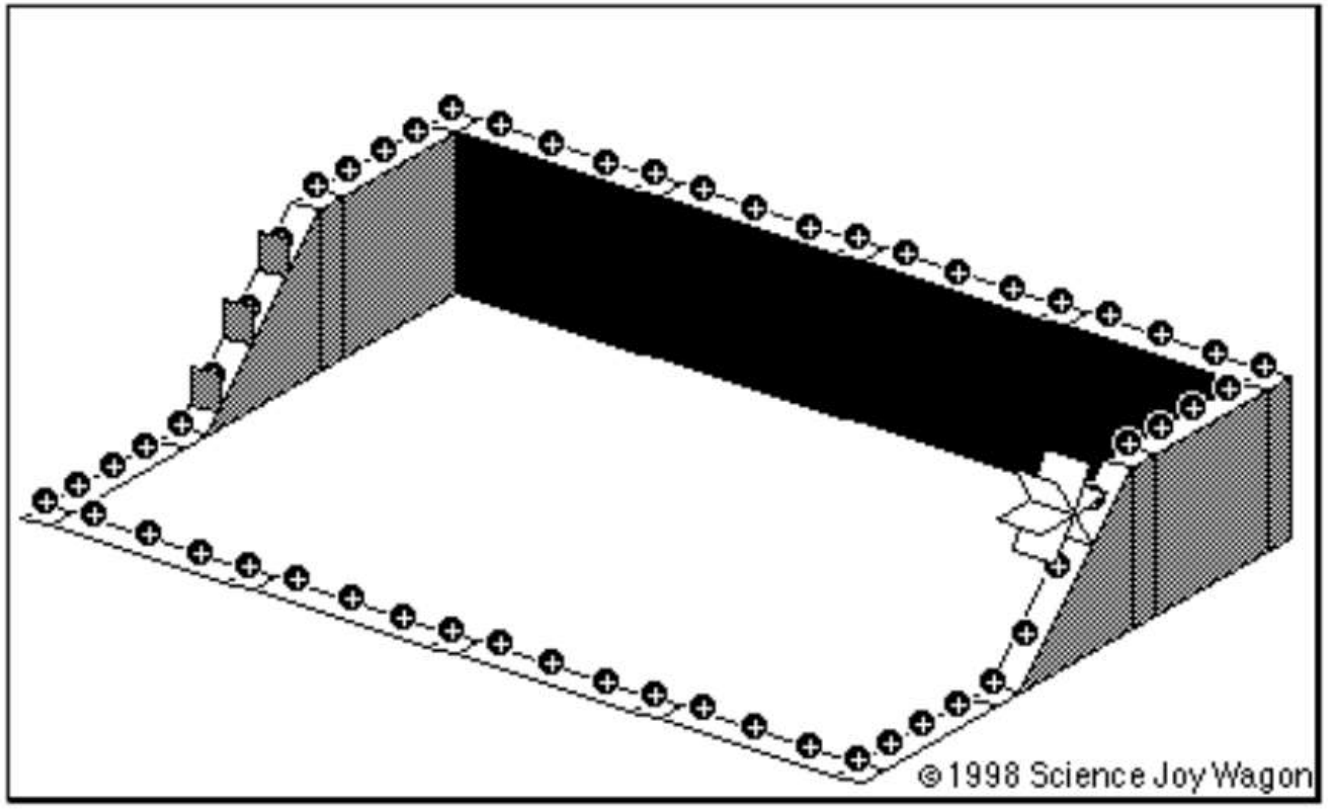
- V = "فشار الکتریکی"
- (واحد اندازه‌گیری: ولت)

- مشابه فشار آب در یک لوله است.
- در ناحیه فشار زیاد، انرژی پتانسیل بالاتر است و در فشار کم، پایین‌تر.

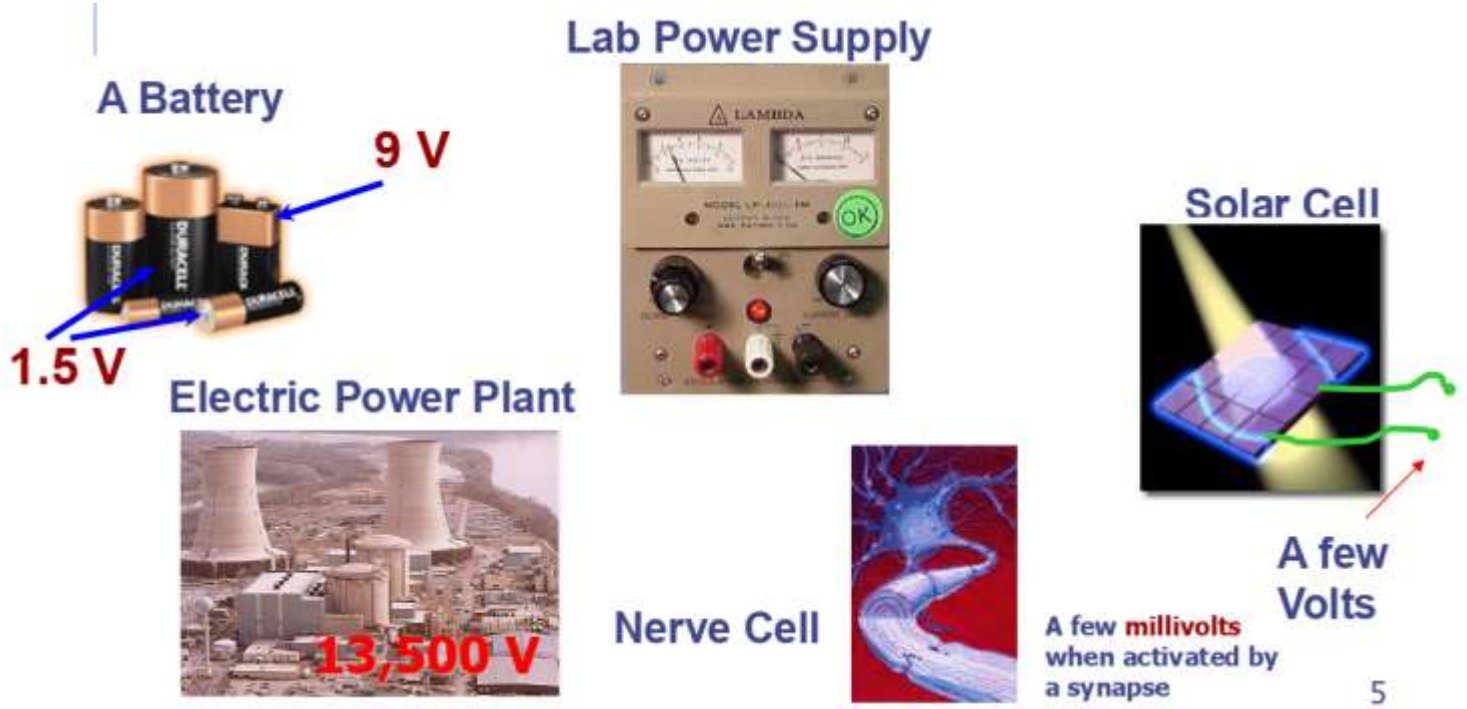
- شکل ۱.۱ – فشار زیاد و فشار کم (مدل آبی برای ولتاژ)

نقش باتری در مدار

- یک باتری در مدار الکتریکی همان نقشی را دارد که پمپ آب در یک سیستم آبی دارد.
- هر دو باعث ایجاد جریان (حرکت الکترون‌ها یا مولکول‌های آب) می‌شوند.

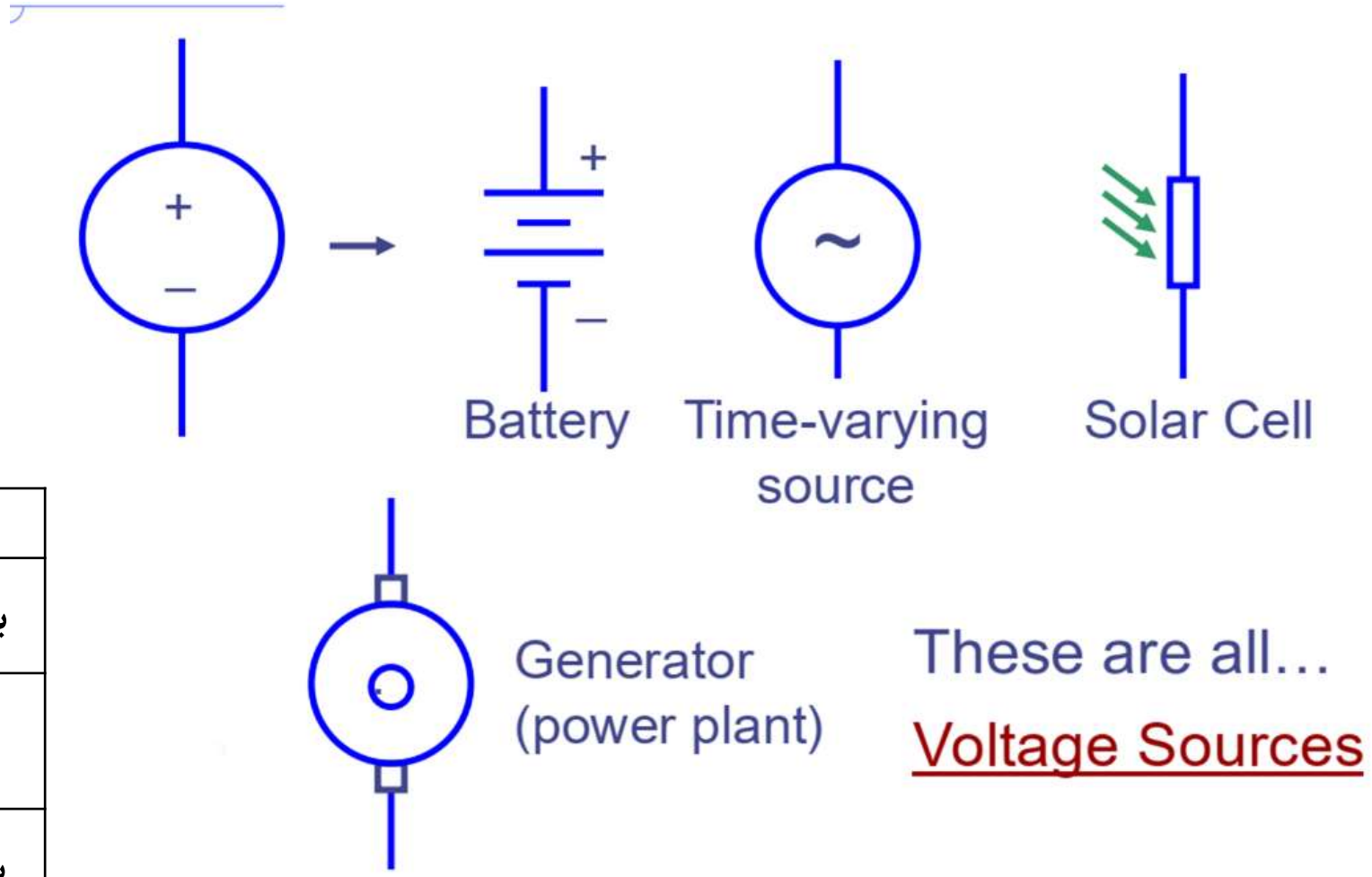


چه چیزی ولتاژ تولید می‌کند؟



منبع	ولتاژ نمونه	توضیح
باتری	۱.۵ V یا ۹ V	منبع DC ساده
منبع تغذیه آزمایشگاهی	چند ولت	قابل تنظیم
سلول خورشیدی	چند ولت	با نور فعال می‌شود
نیروگاه برق	حدود ۱۳,۵۰۰ V	منبع اصلی برق شهری
سلول عصبی	چند میلی‌ولت	هنگام تحریک سیناپسی

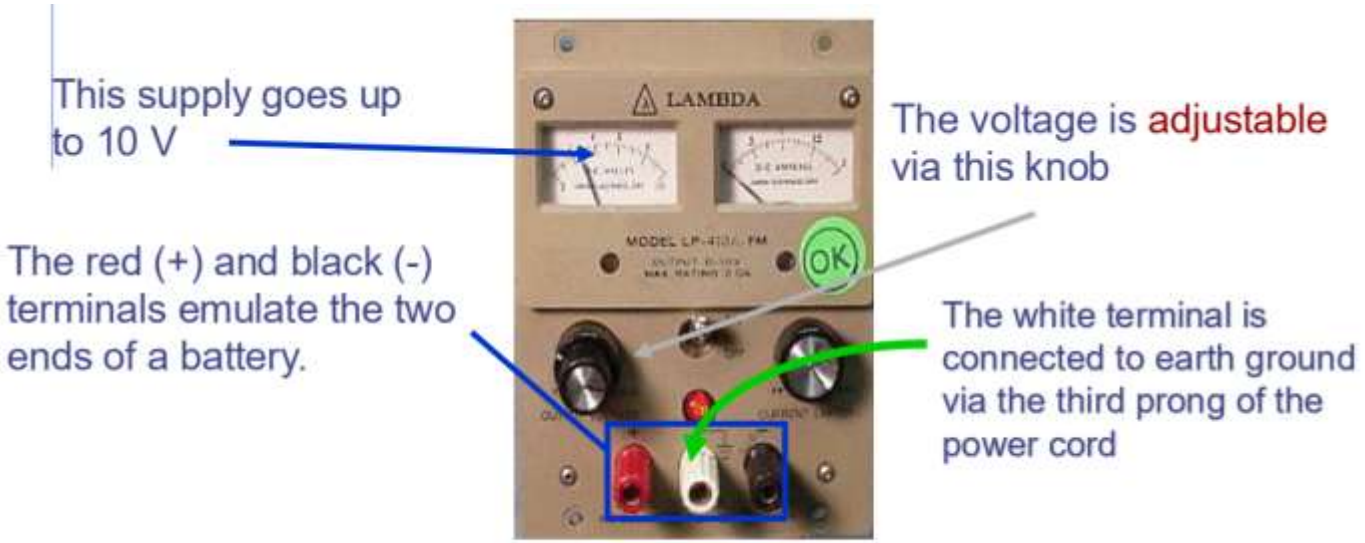
نمادهای مختلف برای منابع ولتاژ



نوع منبع
باتری (منبع DC)
منبع متناوب (زمان‌متغیر)
سلول خورشیدی
ژنراتور (در نیروگاه)

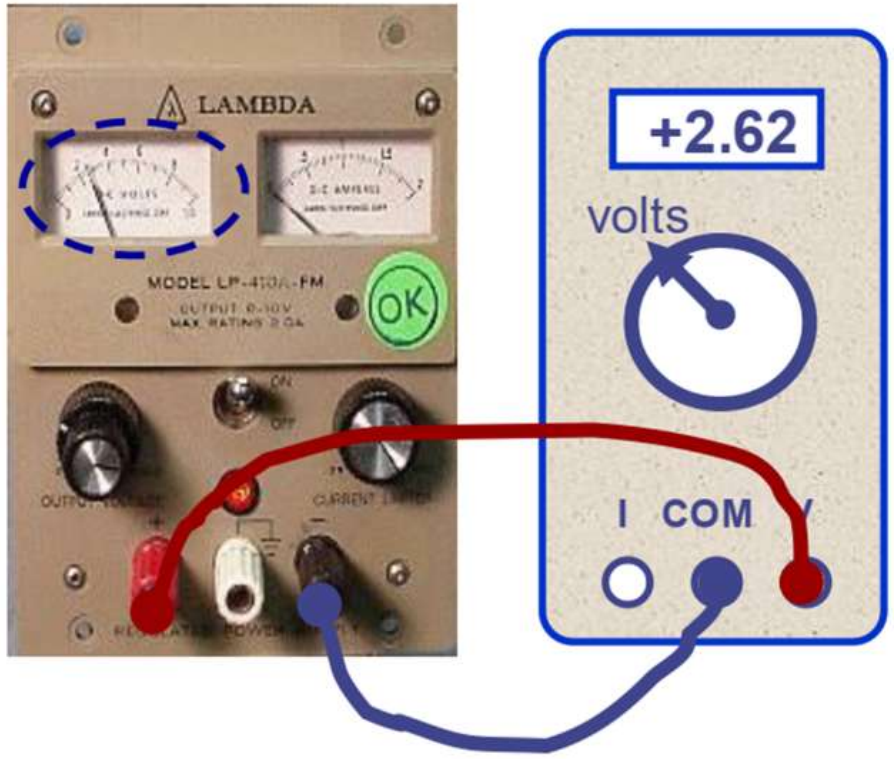
یک منبع ولتاژ معمولی (در آزمایشگاه)

- منبع تغذیه آزمایشگاهی:
  - حداکثر خروجی تا ۱۰ ولت
  - ترمینال‌های قرمز (+) و مشکی (−) نقش دو سر باتری را دارند
  - ولتاژ با پیچ تنظیم قابل تغییر است
  - ترمینال سفید به زمین (Earth Ground) متصل است
- یادآوری: ولتاژ همیشه بین دو نقطه اندازه‌گیری می‌شود



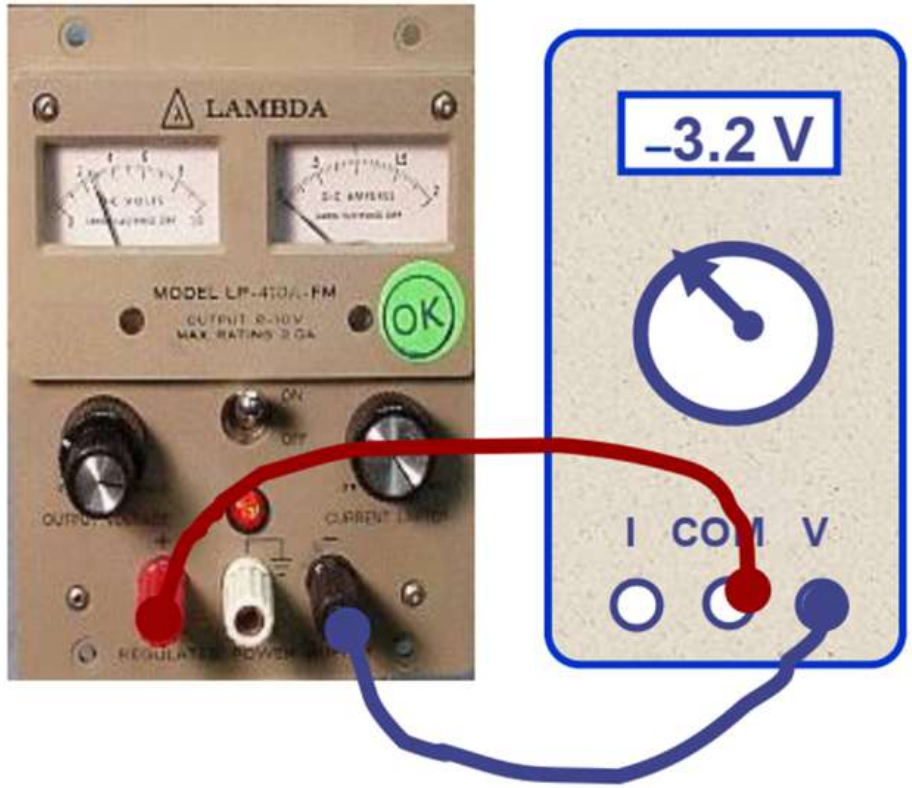
اندازه‌گیری ولتاژ

- می‌توان ولتاژ را بین دو نقطه با مولتی‌متر اندازه گرفت:
  - مولتی‌متر را روی حالت Voltage بگذارید.
  - سیم V را به ترمینال قرمز منبع تغذیه وصل کنید.
  - سیم COM (مشترک) را به ترمینال مشکی وصل کنید.
  - ولتاژ را بخوانید.
- مثال: عدد نمایشگر = +۲.۶۲ V
- I COM V
- volts



تمرین

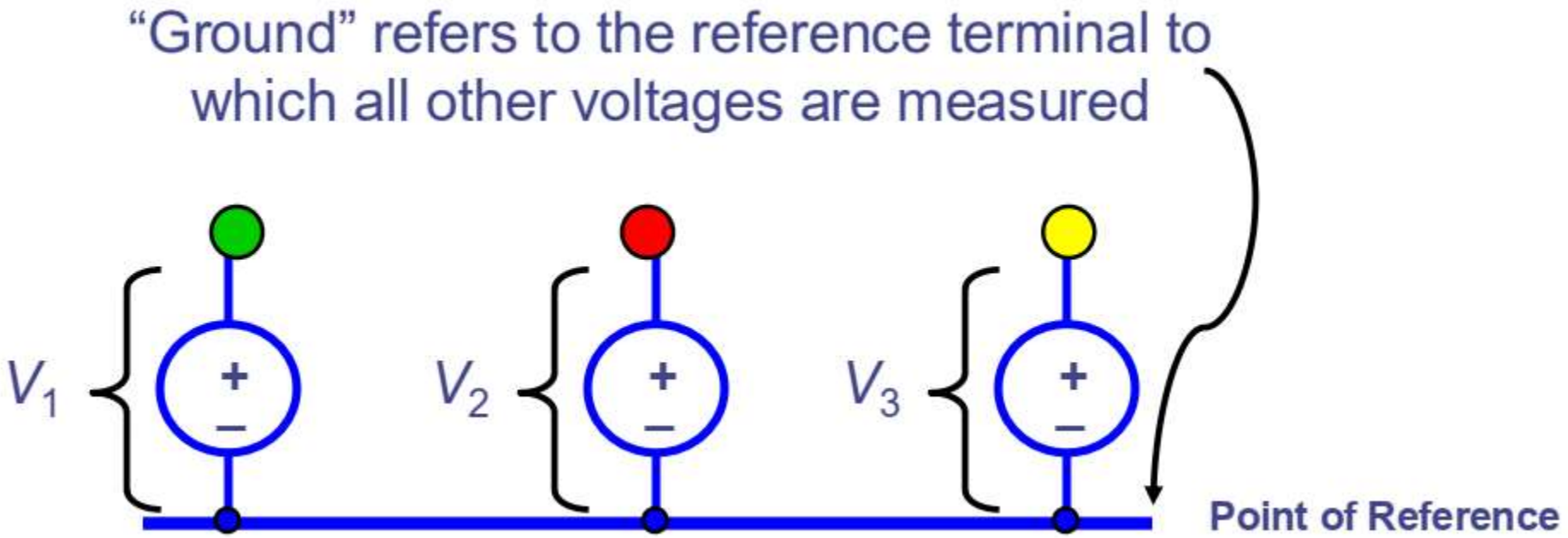
- منبع تغذیه روی ۳.۲ V تنظیم شده است. سؤال: مولتی‌متر چه عددی نشان می‌دهد؟
- پاسخ: -۳.۲ V



- (علت: جهت اتصال سیم‌ها برعکس بوده است.)

زمین (Ground) چیست؟

- «زمین» یا نقطه مرجع، ترمینالی است که همهٔ ولتاژها نسبت به آن اندازه‌گیری می‌شوند.
- شکل ۱.۳ – مفهوم زمین در مدار

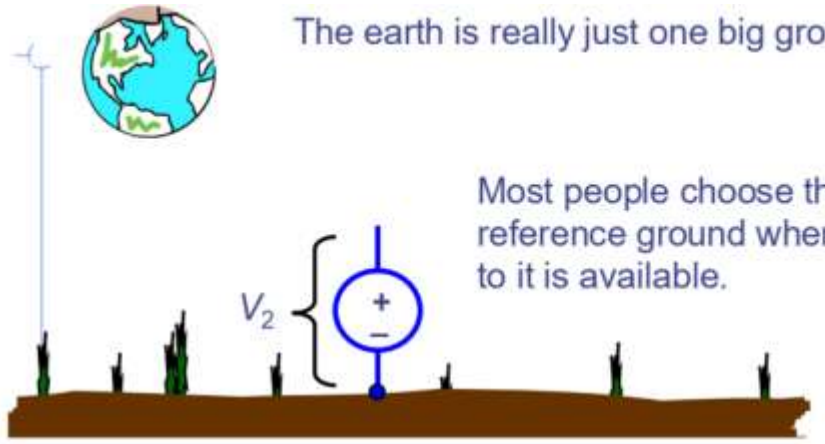


زمین (Ground)

- زمین در واقع یک «گره‌ی زمین» بزرگ است.
- معمولاً هنگامی که دسترسی به زمین وجود دارد،

بیشتر افراد زمین واقعی (earth) را به عنوان مرجع انتخاب می‌کنند.

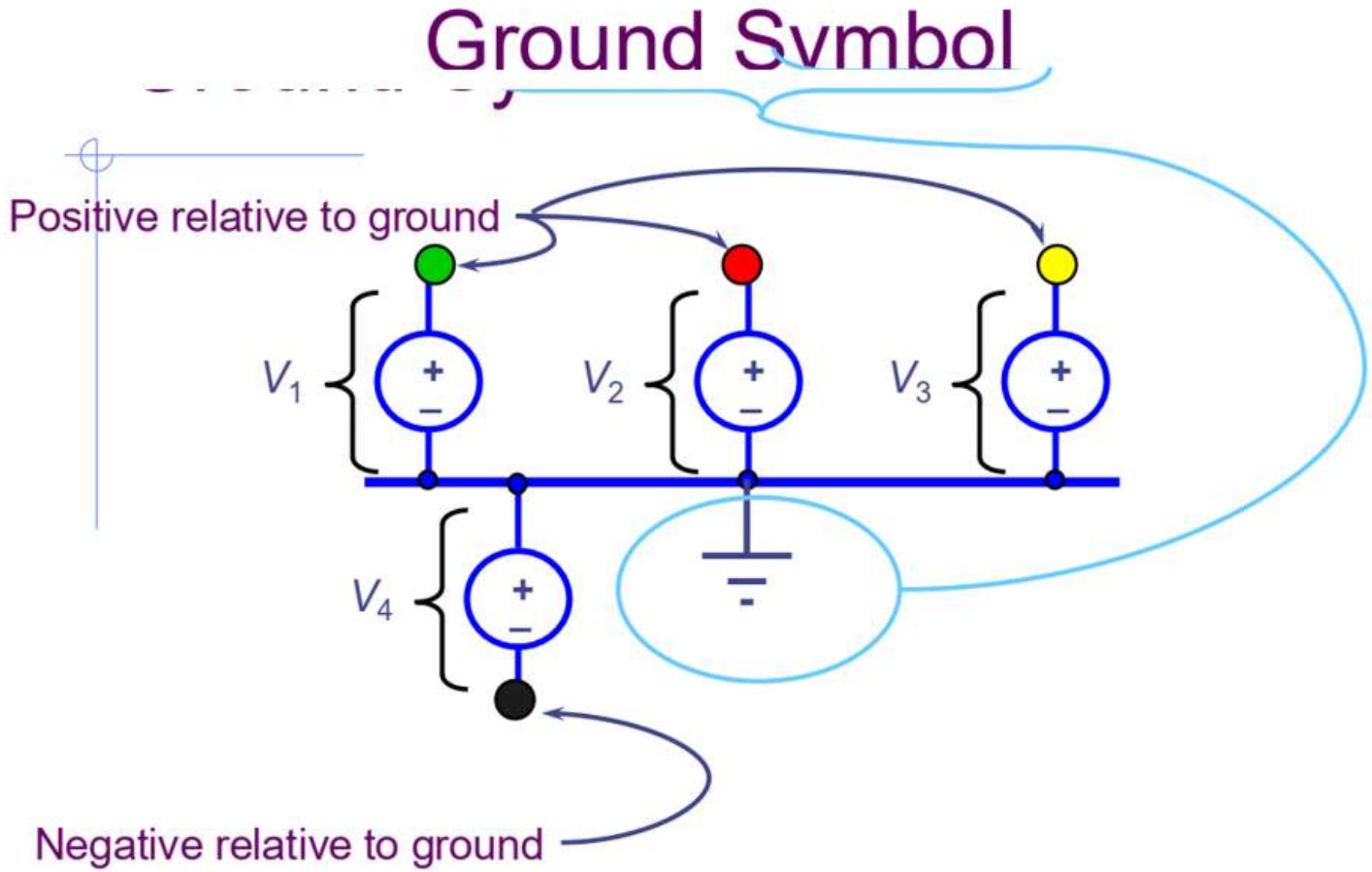
- اتصال زمین معمولاً از طریق شاخه‌ی سوم دوشاخه‌ی برق برقرار می‌شود.
- زمین = نقطه‌ای که همه ولتاژها نسبت به آن اندازه‌گیری می‌شوند.





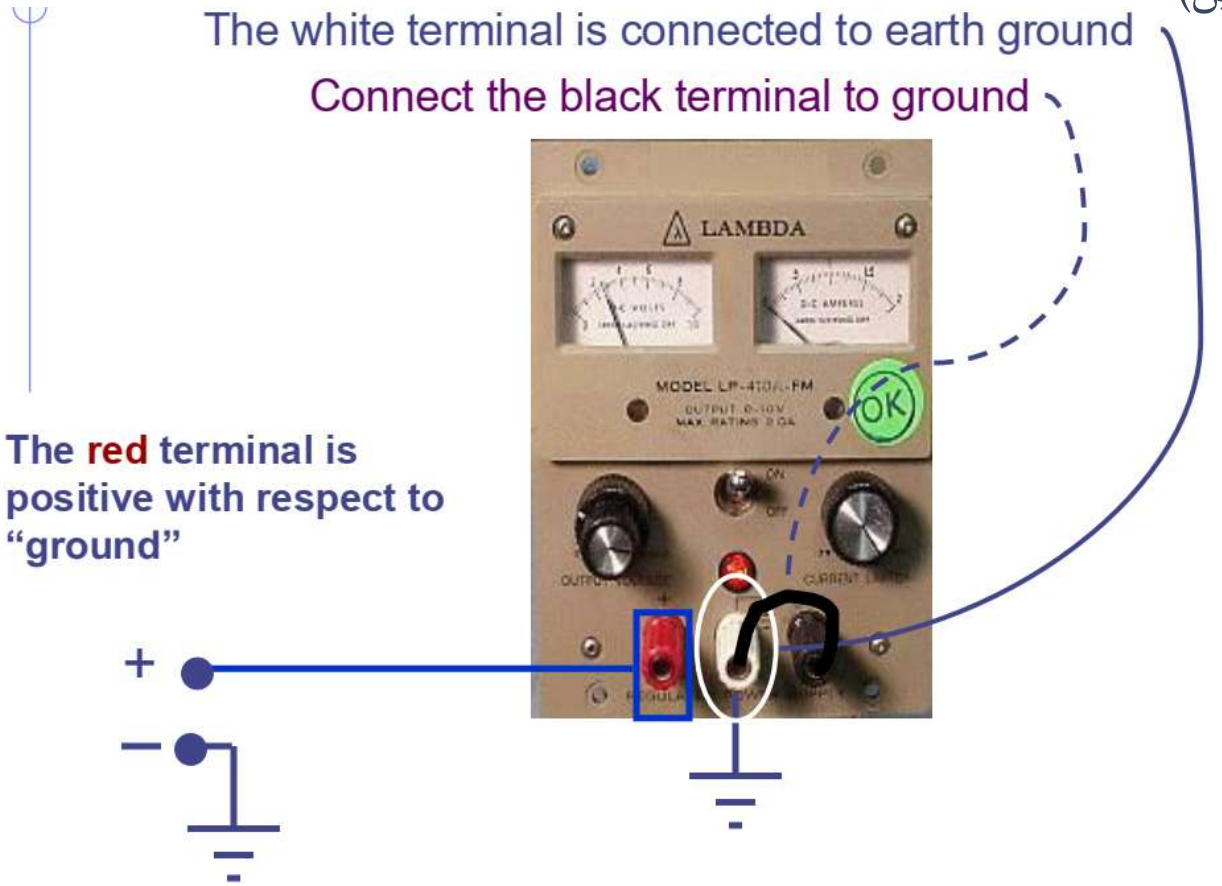
نماد زمین

- ولتاژ مثبت نسبت به زمین
- ولتاژ منفی نیز نسبت به زمین تعریف می‌شود.
- شکل ۱.۴ – نماد زمین



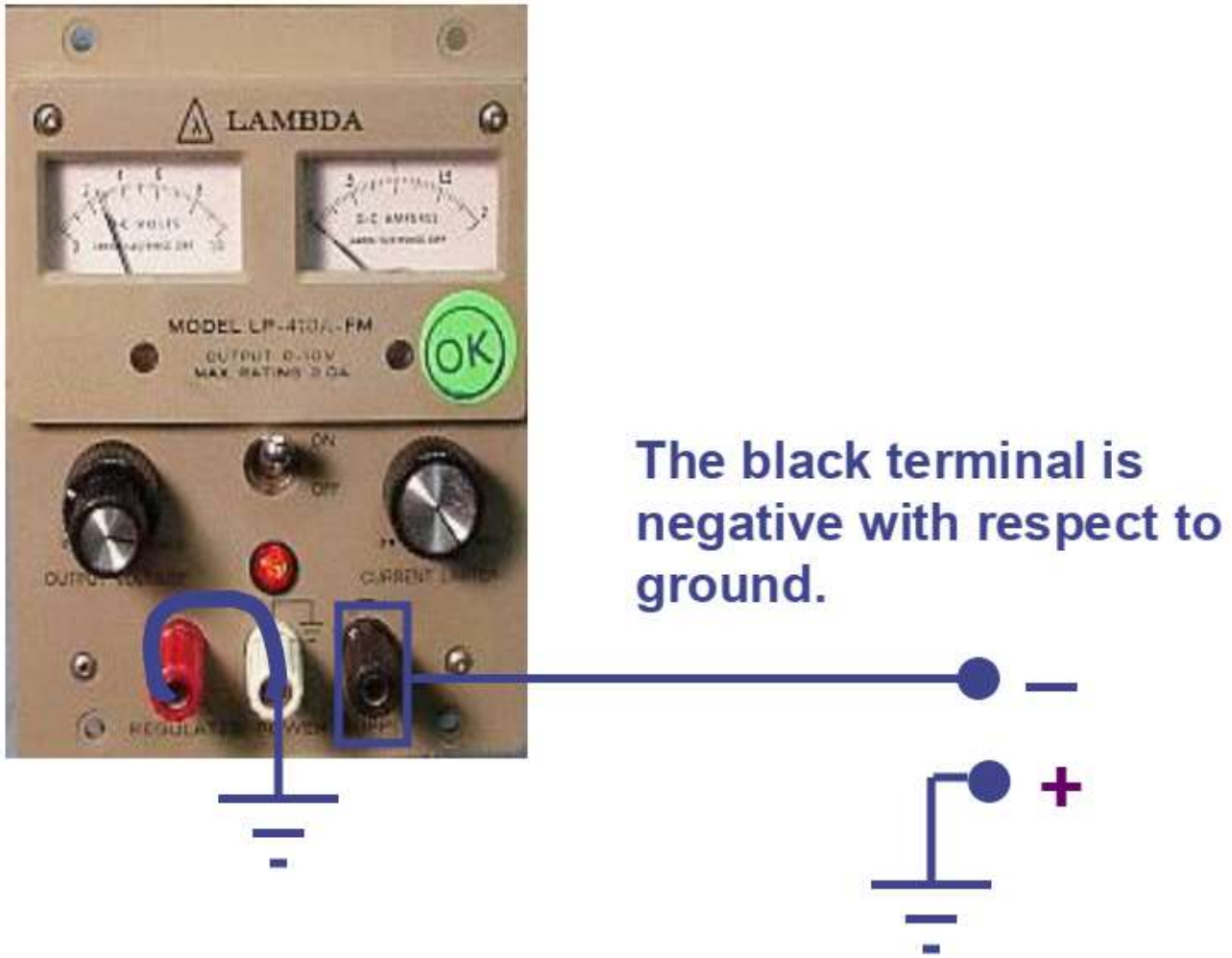
ولتاژ نسبت به زمین

- ترمینال سفید ⟵ به زمین (earth ground) متصل است.
- ترمینال سیاه را نیز به زمین وصل کنید.
- ترمینال قرمز نسبت به زمین مثبت است.
- \+ (قرمز، مثبت نسبت به زمین)



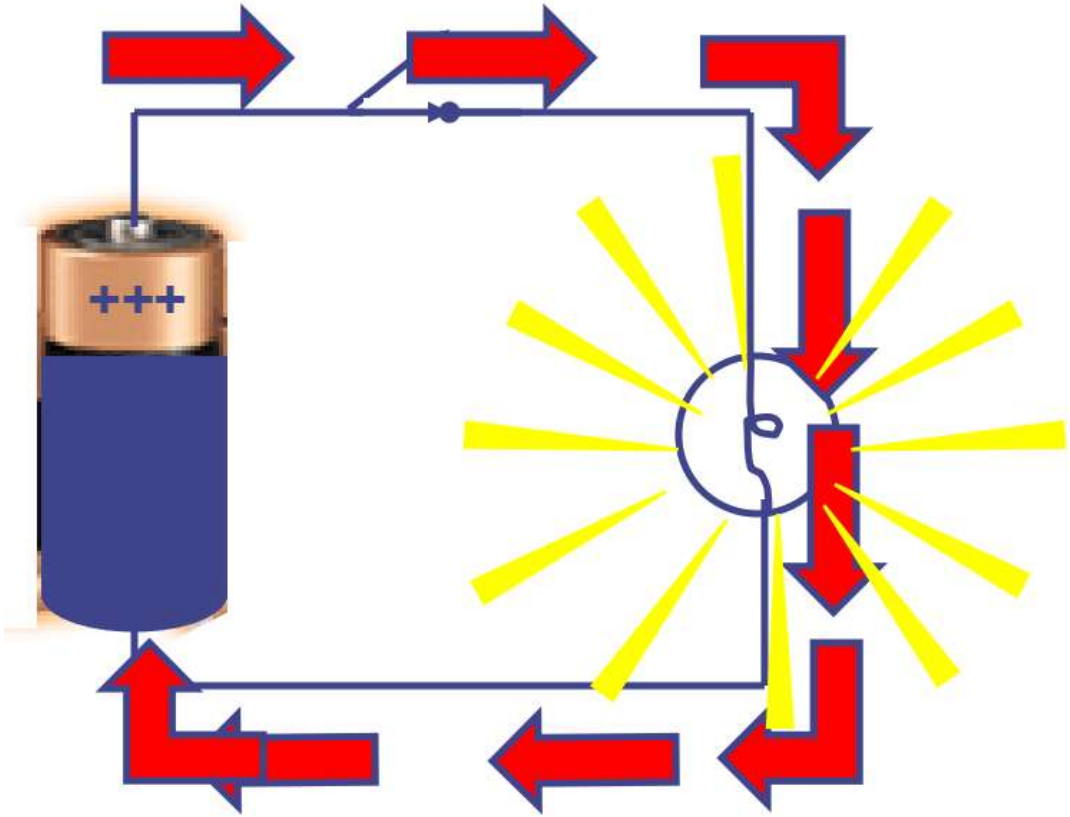
قطبیت منفی نسبت به زمین

- در این حالت،ترمینال سیاه منفی نسبت به زمین است.
- + (زمین)
- – (سیاه)



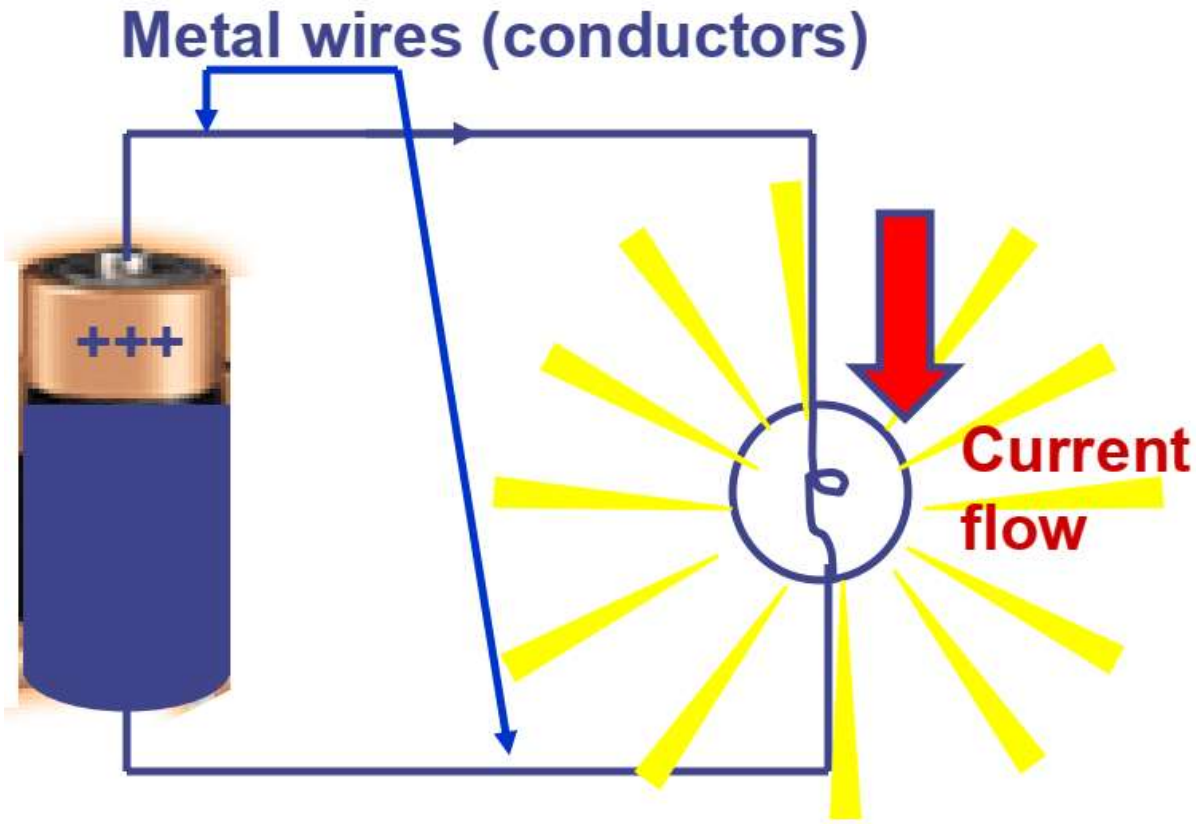
جریان چیست؟

- جریان، جریان یافتن بار الکتریکی از منبع ولتاژ است.
- ۱ آمپر (Ampere) یعنی عبور ۱ کولن بار در هر ثانیه.



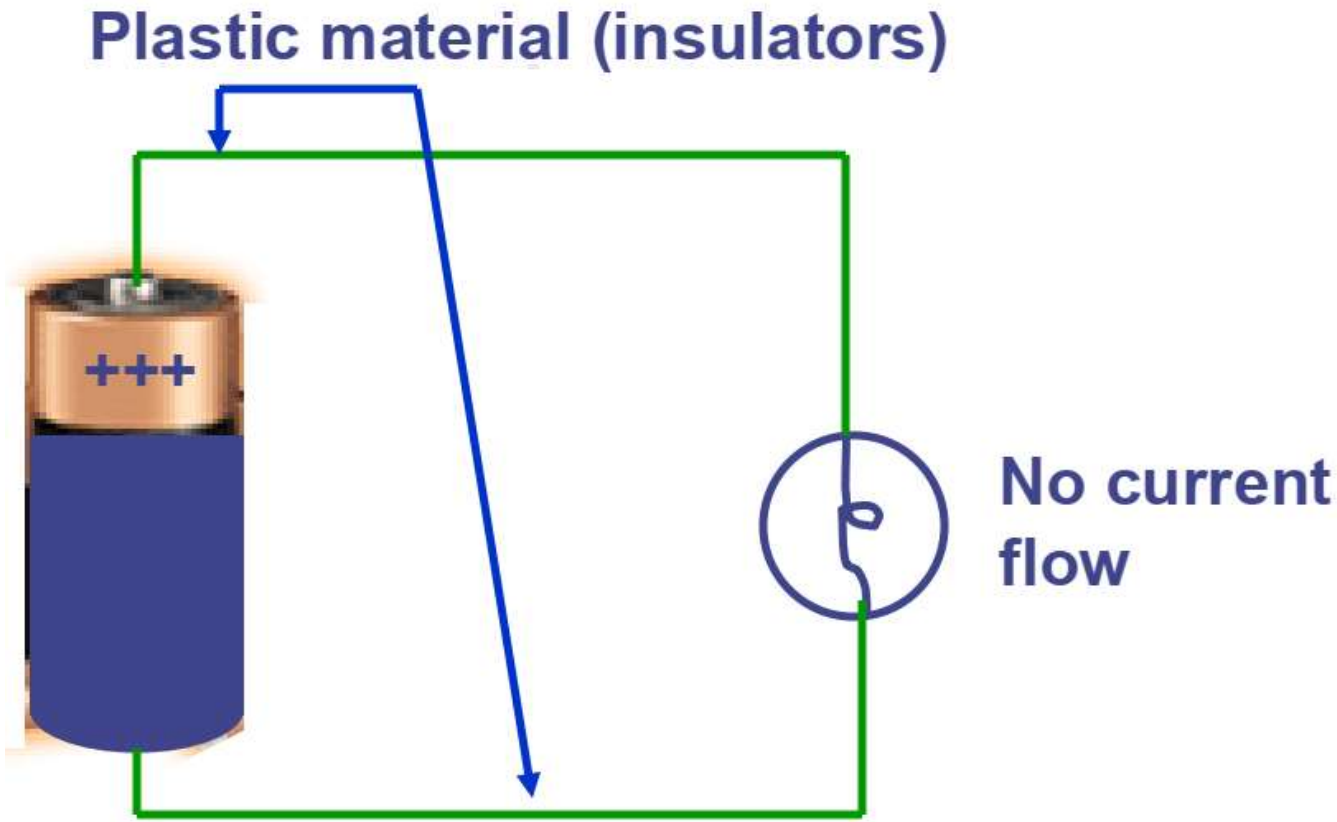
جریان چگونه جاری می‌شود؟

- جریان تنها از طریق رساناها (Conductors) عبور می‌کند.
- سیم‌های فلزی نمونه‌ای از رسانا هستند.



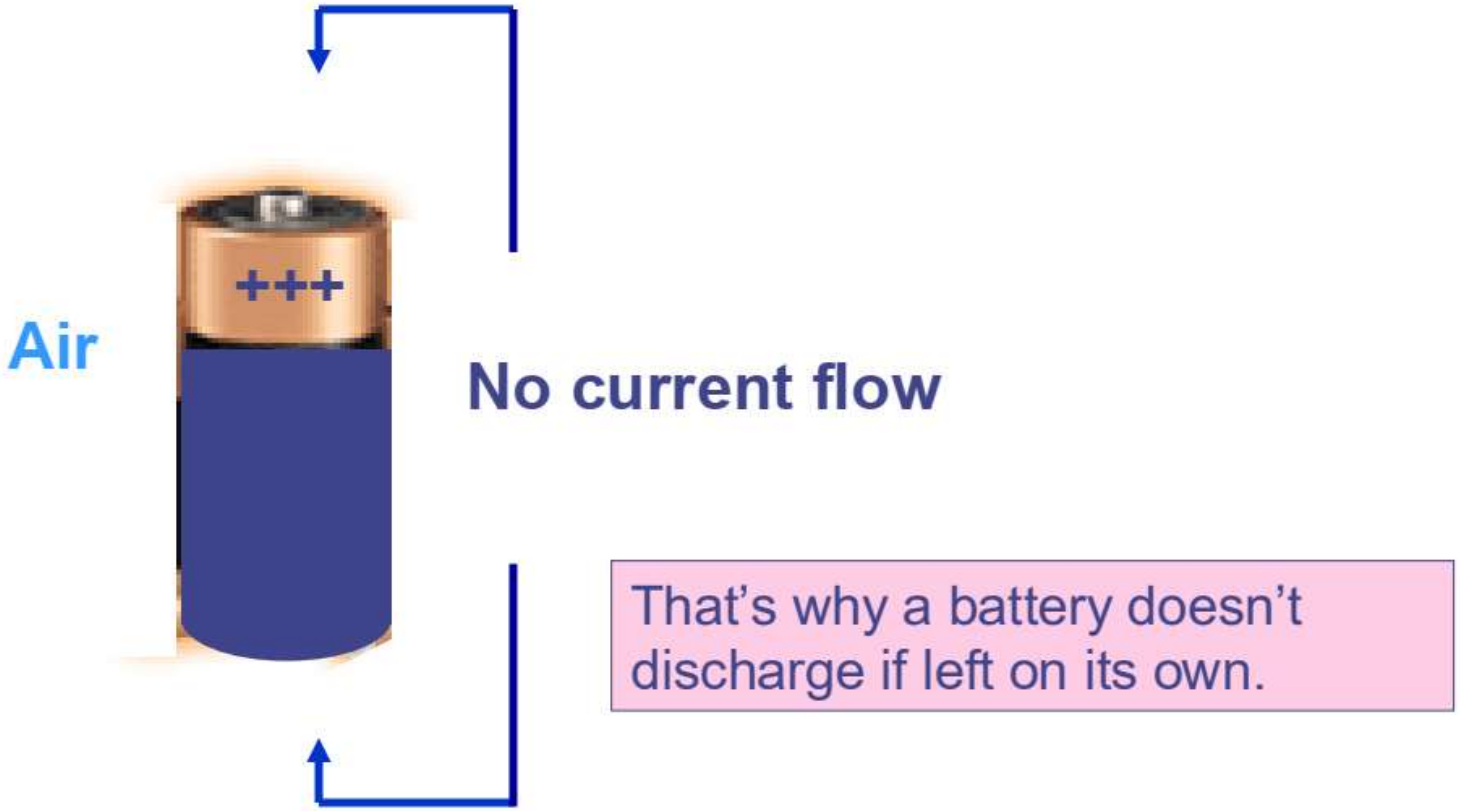
چه زمانی جریان جاری نمی‌شود؟

- جریان نمی‌تواند از عایق‌ها (Insulators) عبور کند.
- مواد پلاستیکی عایق هستند.



توجه: هوا عایق است

- هوا نیز عایق است، بنابراین جریان از آن عبور نمی‌کند.
- به همین دلیل است که باتری در حالت باز، خودبه‌خود تخلیه نمی‌شود.



جریان چیست؟ (تکمیلی)

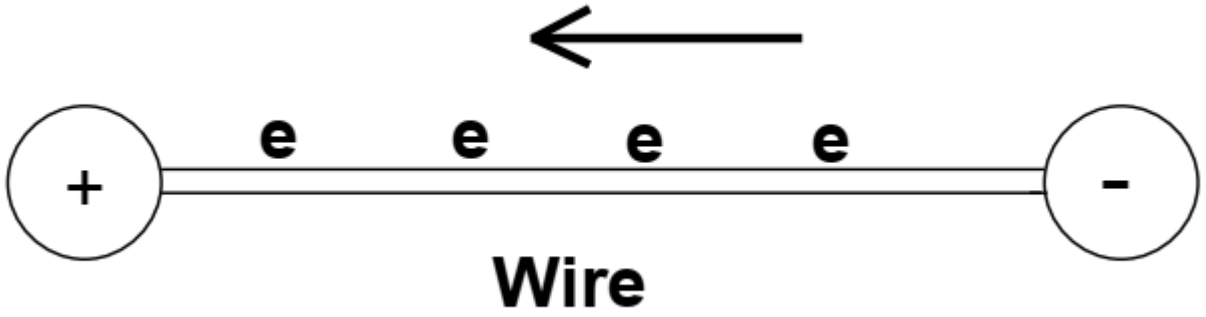
- برق هنگامی جاری می‌شود که الکترون‌ها در یک رسانا حرکت کنند.
- به این جریان، «جریان الکتریکی» گفته می‌شود.
- فقط برخی مواد دارای الکترون‌های آزاد هستند.

رساناها(Conductors)	عایق‌ها(Insulators)
نقره، مس، طلا، آلومینیوم، آهن، فولاد، برنج، برنز، جیوه، گرافیت، آب کثیف، بتن	شیشه، لاستیک، روغن، آسفالت، فایبرگلاس، چینی، سرامیک، کوارتز، پنبه خشک، کاغذ خشک، چوب خشک، پلاستیک، هوا، الماس، آب خالص

- رسانا = دارای الکترون آزاد
- عایق = بدون الکترون آزاد ⟵ بدون جریان

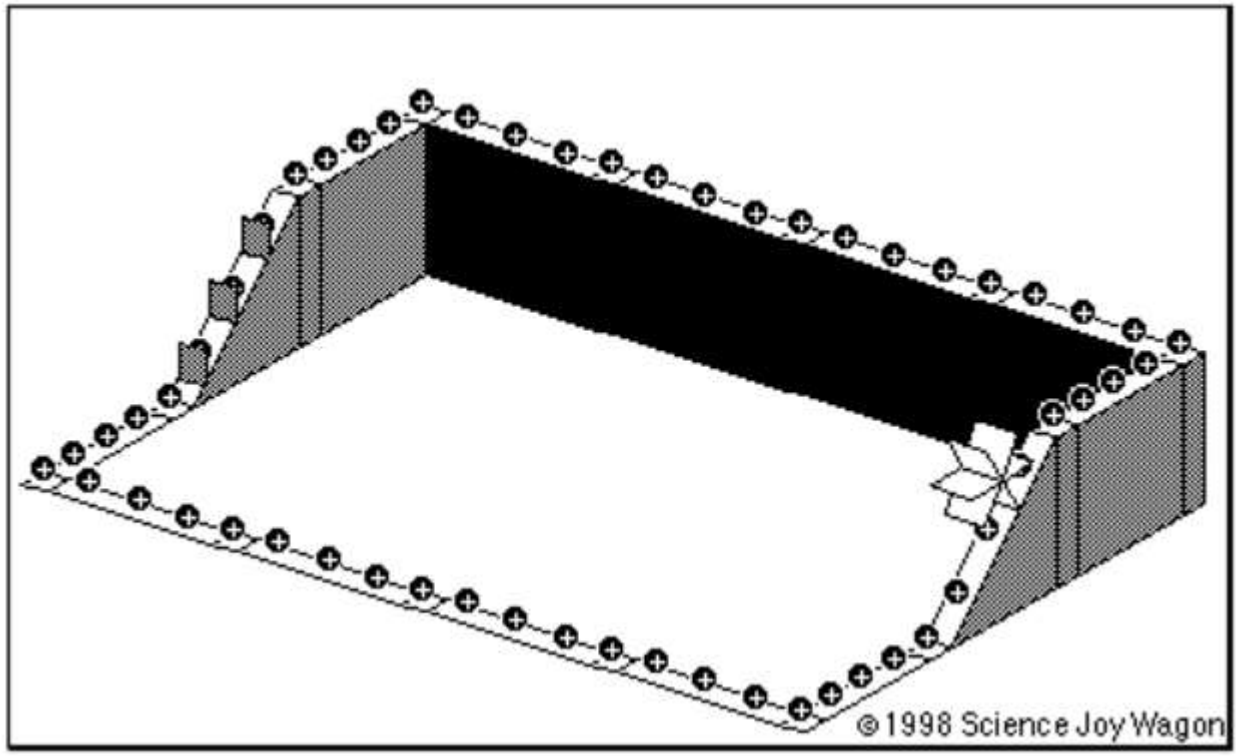
تعریف جریان

- جریان = مقدار بار الکتریکی (بر حسب کولن) که در هر ثانیه از نقطه‌ای در رسانا عبور می‌کند.
- ۱ آمپر = ۱ کولن در هر ثانیه
- الکترون‌ها از پتانسیل کمتر (ولتاژ پایین) به پتانسیل بالاتر (ولتاژ بیشتر) حرکت می‌کنند.
- (الکترون‌ها از منفی به مثبت)



جریان (تعریف قراردادی)

- به دلایل تاریخی، جریان به‌صورت قراردادی از قطب مثبت به قطب منفی در مدار رسم می‌شود،
- هرچند در واقع الکترون‌ها برعکس حرکت می‌کنند.

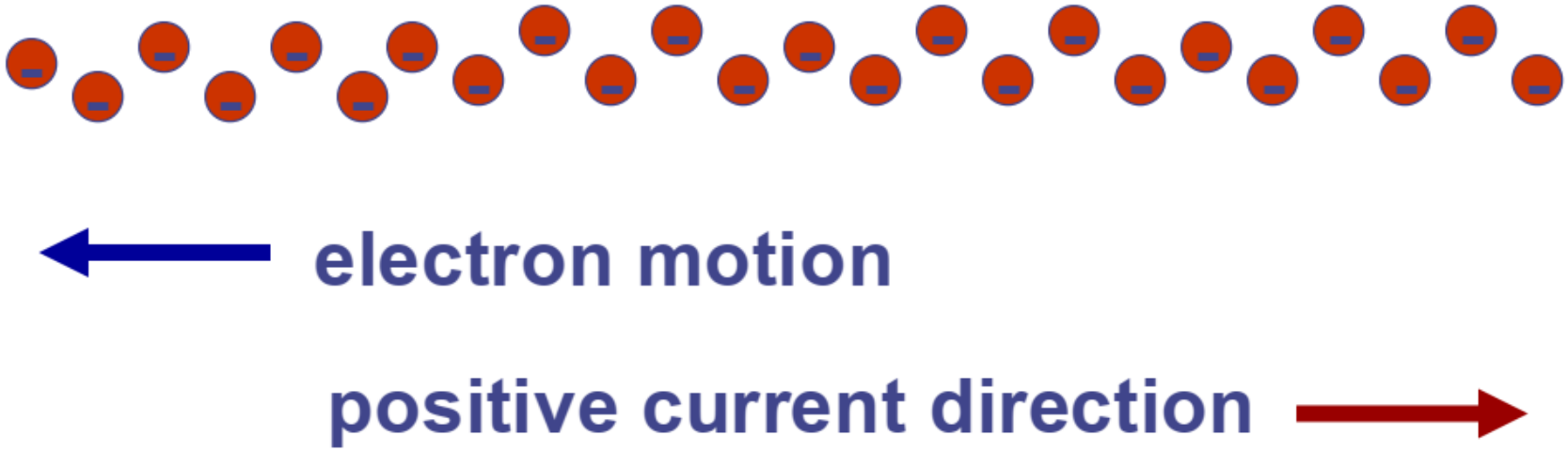


تعریف رسمی جریان

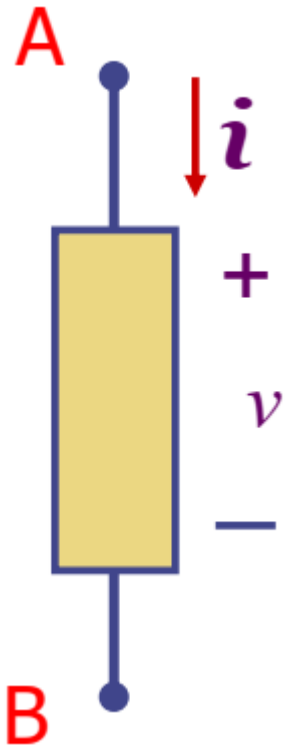
- نرخ جریان بار مثبت
- اندازه‌گیری بر حسب کولن بر ثانیه
- در واقع، الکترون‌ها در جهت مخالف جریان قراردادی حرکت می‌کنند.
- ۱ آمپر = عبور ۱ کولن الکترون در هر ثانیه از سیم

قرارداد علامت در جهت جریان

- الکترون‌ها بار منفی دارند.
- جهت جریان مثبت، مخالف جهت حرکت الکترون‌هاست.
  - الکترون‌ها ⟵
  - جریان مثبت ⟶



جهت مرجع (Reference Direction)



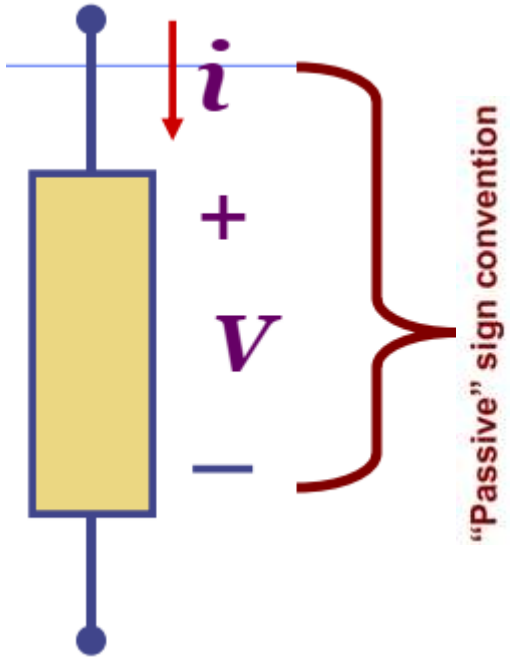
- در نظر بگیرید یک عنصر دوپایه بین نقاط A و B دارید
- (مانند مقاومت، سلف یا دیود).
- به این عنصر دوپایه، «شاخه (Branch)» گفته می‌شود.
- جهت مرجع ولتاژ با علامت‌های + و – نشان داده می‌شود.
- جهت مرجع جریان با فلش مشخص می‌شود.
- اگر ولتاژ بین A و B به صورت زیر تعریف شود:

$$v(t) = v_A(t) - v_B(t)$$

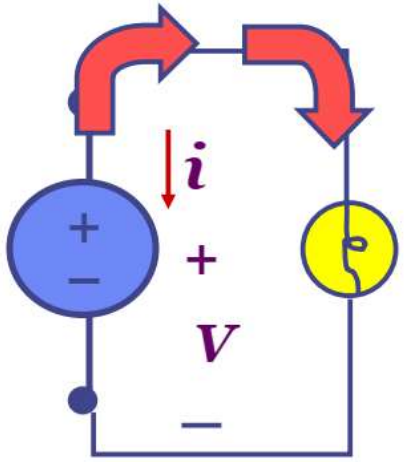
- آنگاه هرگاه پتانسیل A بیشتر از B باشد، v(t) مثبت است.

جریان و توان (Power Flow)

- تعریف جریان:
  - جریان i وقتی مثبت در نظر گرفته می‌شود که به سمت پایانه مثبت عنصر وارد شود.
  - این را قرارداد علامت غیرفعال (Passive Sign Convention) می‌نامند:
- اگر جریان واقعی در جهت عکس باشد:
- توان از منبع خارج می‌شود.



"Passive" sign convention



$P = Vi$ If the *physical* current is positive Power flows ***into*** the element)

The current variable i is defined as positive into the (+) terminal of the element

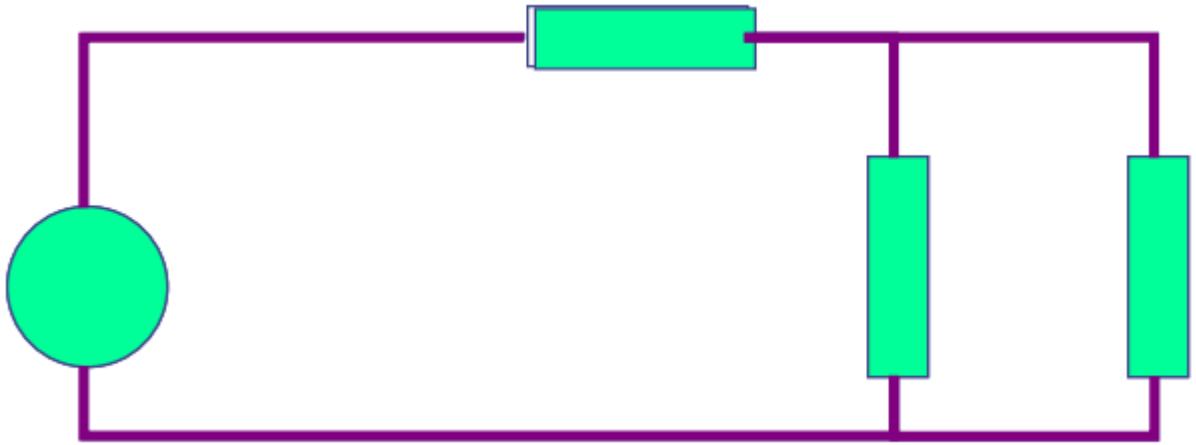
$P = Vi$ Here the physical current is negative Power flows ***out of*** the source

مدارهای متمرکز (Lumped Circuits)

- مدارهای متمرکز با اتصال عناصر متمرکز به‌دست می‌آیند.
- نمونه عناصر متمرکز:
  - مقاومت‌ها
  - خازن‌ها
  - سلف‌ها
  - ترانسفورماتورها
- ویژگی اصلی این عناصر:
  - ابعاد آن‌ها بسیار کوچک‌تر از طول موج مربوط به فرکانس کاری مدار است.
- از دیدگاه میدان الکترومغناطیسی:
  - این عناصر تک‌نقطه‌ای فرض می‌شوند و ابعاد فیزیکی‌شان قابل صرف‌نظر است.

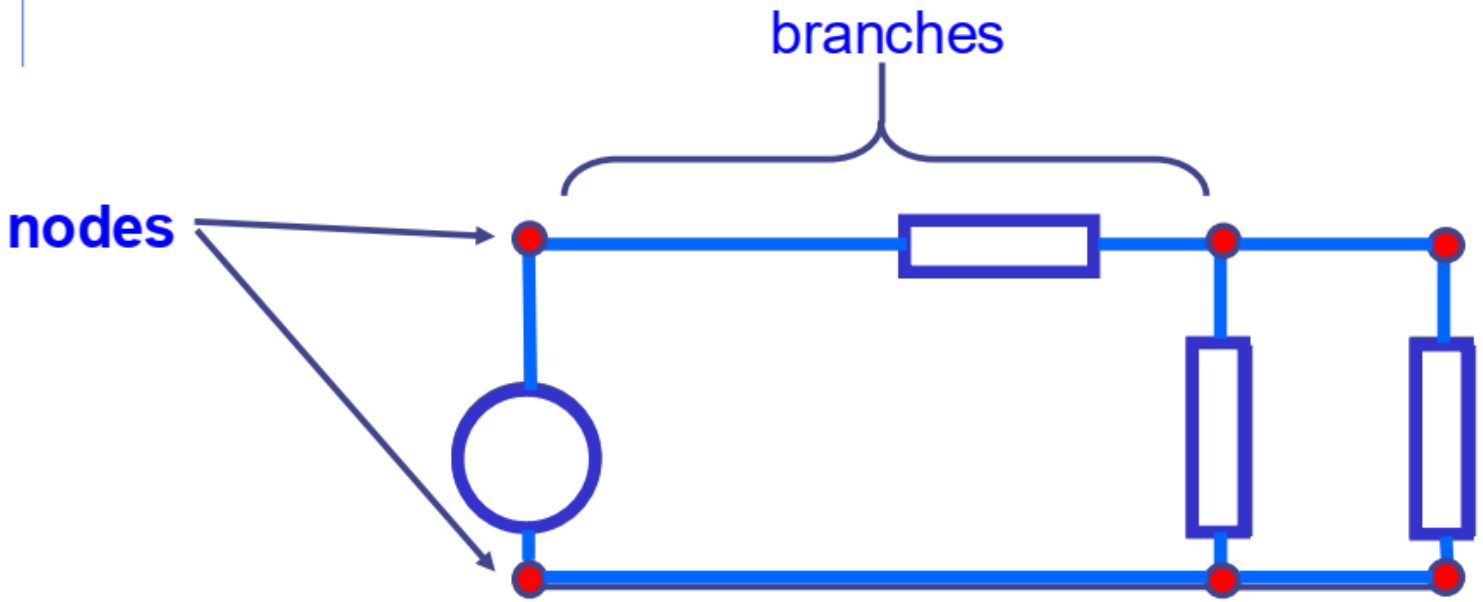
توپولوژی شبکه (Network Topology)

- مجموعه‌ی به‌هم‌پیوسته از اجزای الکتریکی = **شبکه (Network)**
- هر جزء از شبکه = **عنصر (Element)**
- عناصر توسط **سیم‌ها (Wires)** به هم متصل می‌شوند.



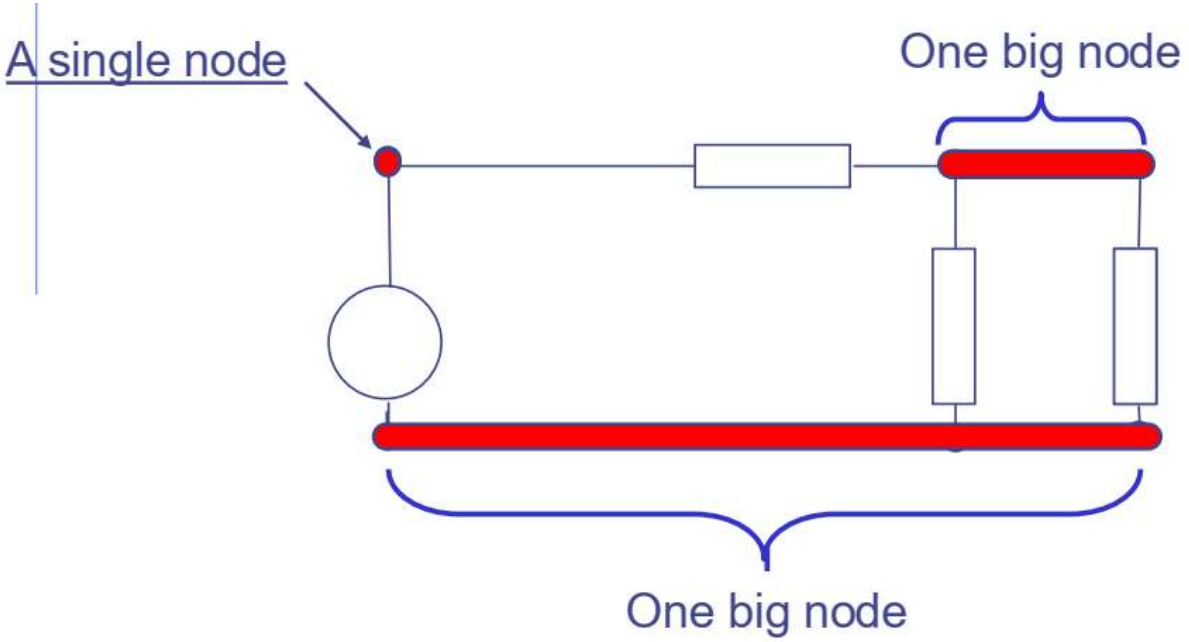
گره‌ها و شاخه‌ها (Nodes & Branches)

- محل‌های اتصال سیم‌ها = **گره‌ها (Nodes)**
- مسیرهای سیمی بین گره‌ها = **شاخه‌ها (Branches)**
- Nodes = نقاط اتصال
- Branches = مسیرهای بین آن‌ها



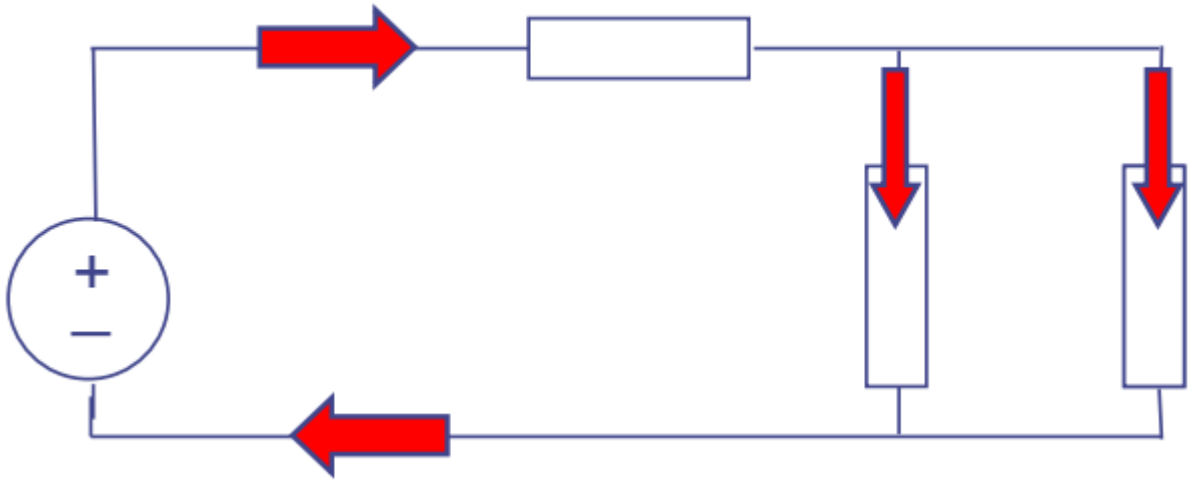
گره‌های متصل تنها با سیم

- اگر دو یا چند گره فقط از طریق سیم به هم وصل باشند،
- می‌توان آن‌ها را به‌عنوان یک گره بزرگ واحد در نظر گرفت.
- مثال:
  - «گروهی از گره‌ها که فقط با سیم به هم وصل شده‌اند ⟶ یک گره بزرگ مشترک.»
- این شبکه در مجموع سه گره دارد:



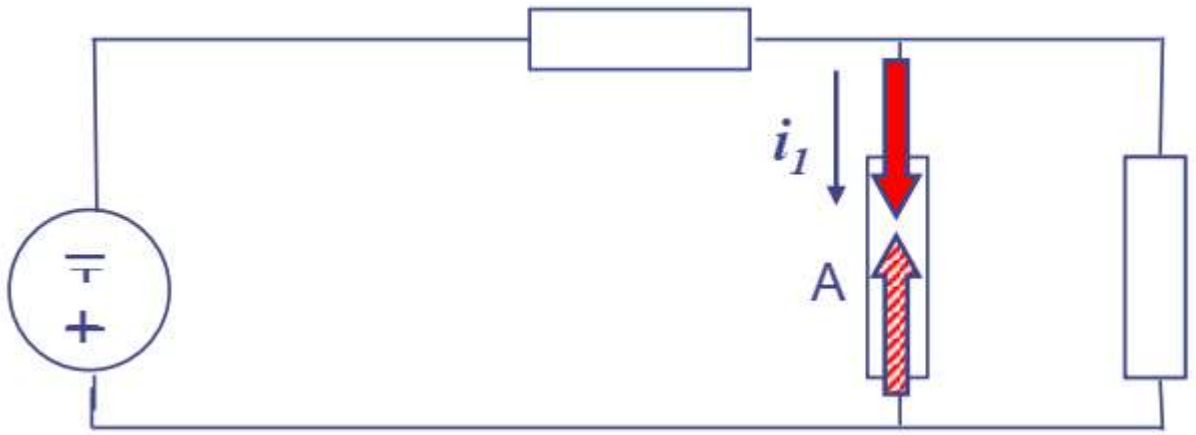
جریان در شبکه

- **جریان** می‌تواند از شاخه‌های شبکه عبور کند.
- **جهت جریان** با فلش مشخص می‌شود.
- توجه: **منابع ولتاژ** موجود در شبکه، نیروی لازم برای عبور جریان از شاخه‌ها را فراهم می‌کنند.
  - (در ادامه مفصل‌تر بررسی می‌شود.)



هر جریان دارای مقدار و جهت است

- جهت جریان توسط فردی که مدار را رسم می‌کند، تعیین می‌شود.
- مقدار جریان به ویژگی‌های مدار بستگی دارد.
- مثال:
  - اگر جهت پیکان، «پایین» در شاخه Aمشخص شده باشد،
  - و ۴ میلی‌آمپر جریان به‌صورت فیزیکی روبه‌پایین جریان داشته باشد،
    - پس: $i_1 = +4\ mA$
  - برعکس، اگر جریان ۴ میلی‌آمپر به سمت بالا باشد،
    - آنگاه: $i_1 = -4\ mA$



قانون جریان کیرشهف (KCL)

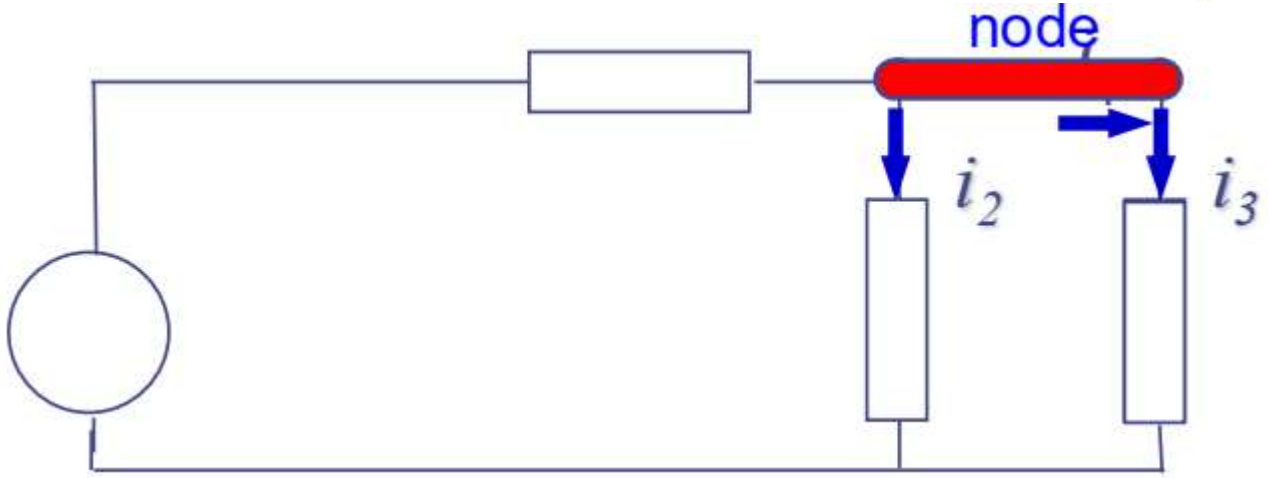
- مجموع جریان‌هایی که وارد یک گره می‌شوند،
- باید با مجموع جریان‌هایی که از آن خارج می‌شوند برابر باشد.



- گوستاو کیرشهف ریاضیدان آلمانی قرن هجدهم بود

- i_1 وارد گره می‌شود
- i_2 و i_3 از گره خارج می‌شوند
- رابطه:

$$i_1 = i_2 + i_3$$



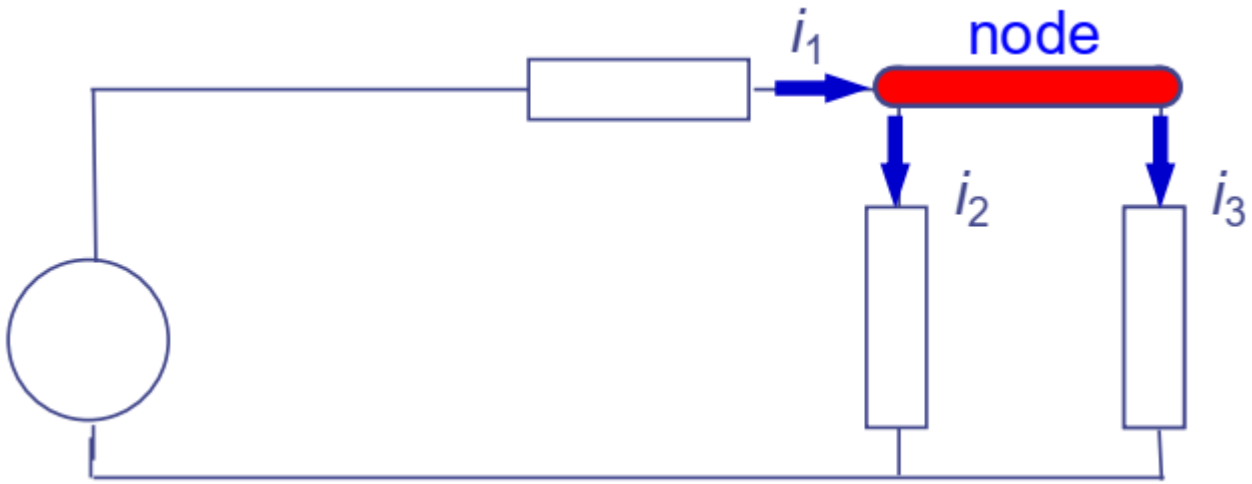
$$\sum i = 0$$

قانون جریان کیرشهف (KCL)

- همان قانون KCL را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

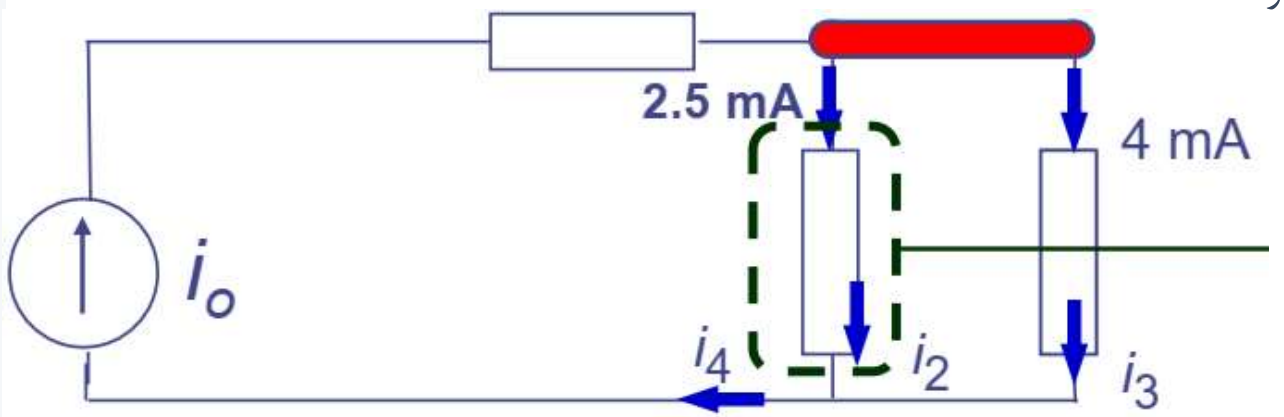
$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

- تعریف رسمی KCL:
  - مجموع تمام جریان‌هایی که وارد یک گره می‌شوند، برابر صفر است.
  - (چون $2i$ و $3i$ از گره خارج می‌شوند، در معادله با علامت منفی وارد می‌شوند.)



مثال ۱ از قانون KCL

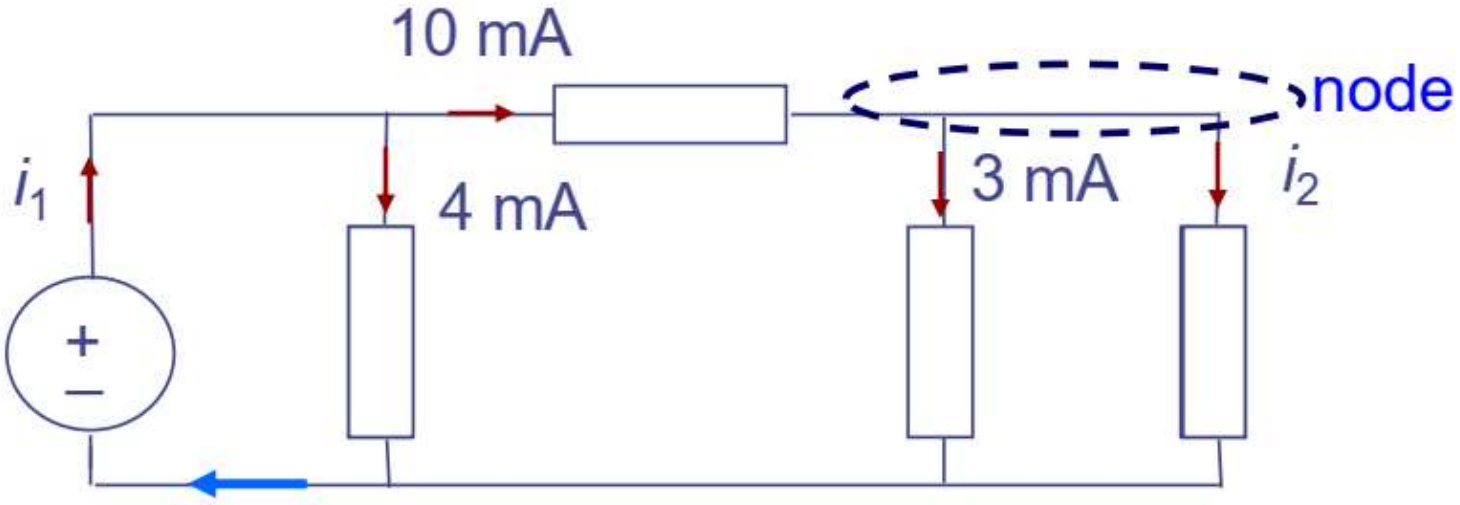
- سؤال: مقدار جریان oi چقدر است؟



- پاسخ: $i_o = 2.5\ \text{mA} + 4\ \text{mA} = 6.5\ \text{mA}$
- گره می‌تواند ناحیه‌ای گسترده باشد، نه فقط یک نقطه.
- دایره نقطه‌چین، گره‌ای با جریان ورودی ۲.۵ میلی‌آمپر است.
- بنابراین، $i_2 = 2.5\ \text{mA}$ میلی‌آمپر از «گره» خارج می‌شود.
- به طور مشابه، $i_3 = 4\ \text{mA}$ میلی‌آمپر.
- از KCL، $i_4 = i_2 + i_3 = 6.5\ \text{mA}$ میلی‌آمپر و $I_o = i_4$

مثال ۲ از قانون KCL

- سؤال: مقدار i_1 و i_2 چقدر است؟



- پاسخ:

$$i_2 = 10\ \text{mA} - 3\ \text{mA} = 7\ \text{mA}$$
$$i_1 = 10\ \text{mA} + 4\ \text{mA} = 14\ \text{mA}$$

- جمع جریان‌ها در گره:

$$4\ \text{mA} + 3\ \text{mA} + 7\ \text{mA} = 14\ \text{mA}$$

KCL به‌صورت خلاصه

- این قانون گاهی فقط به صورت مخفف نوشته می‌شود:

KCL

- روش‌های مختلف بیان آن:
  - مجموع جریان‌های **ورودی** به گره برابر صفر است.
  - جریان خالص واردشونده به گره برابر صفر است.
  - هرچه به گره وارد شود، باید از آن خارج شود.

نگاهی کلی به شبکه‌ها (Networks)

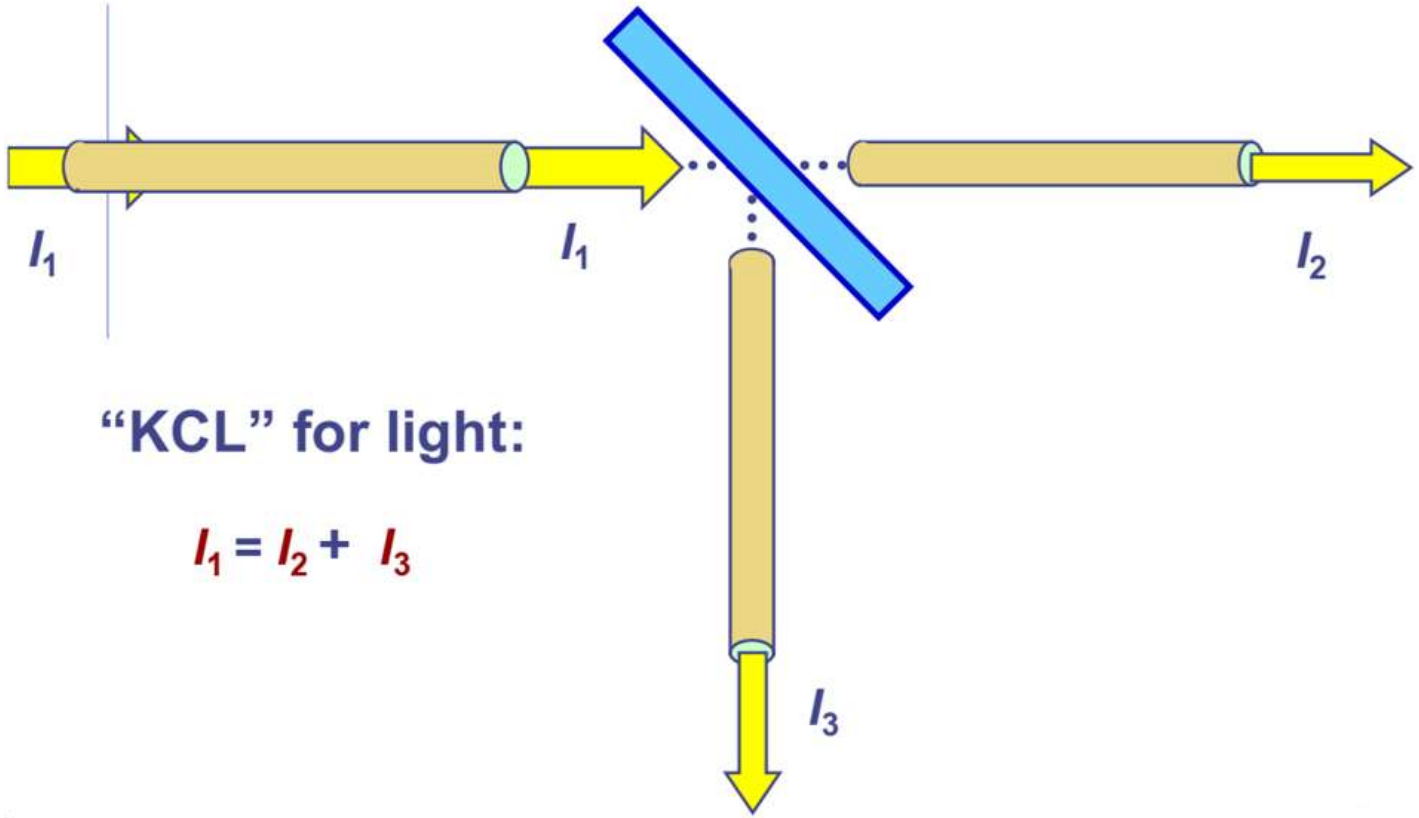
- یک شبکه، مجموعه‌ای از عناصر است که از طریق گره‌ها و شاخه‌ها به هم متصل‌اند.
- مثال‌ها:

عناصر	نوع شبکه	مسیر اتصال
قطعات الکتریکی	مدار (Circuit)	سیم‌ها
رایانه‌ها	اینترنت	فیبر نوری
اندام‌ها	سیستم گردش خون	رگ‌های خونی

- قانون کیرشهف برای همهٔ این شبکه‌ها صدق می‌کند!

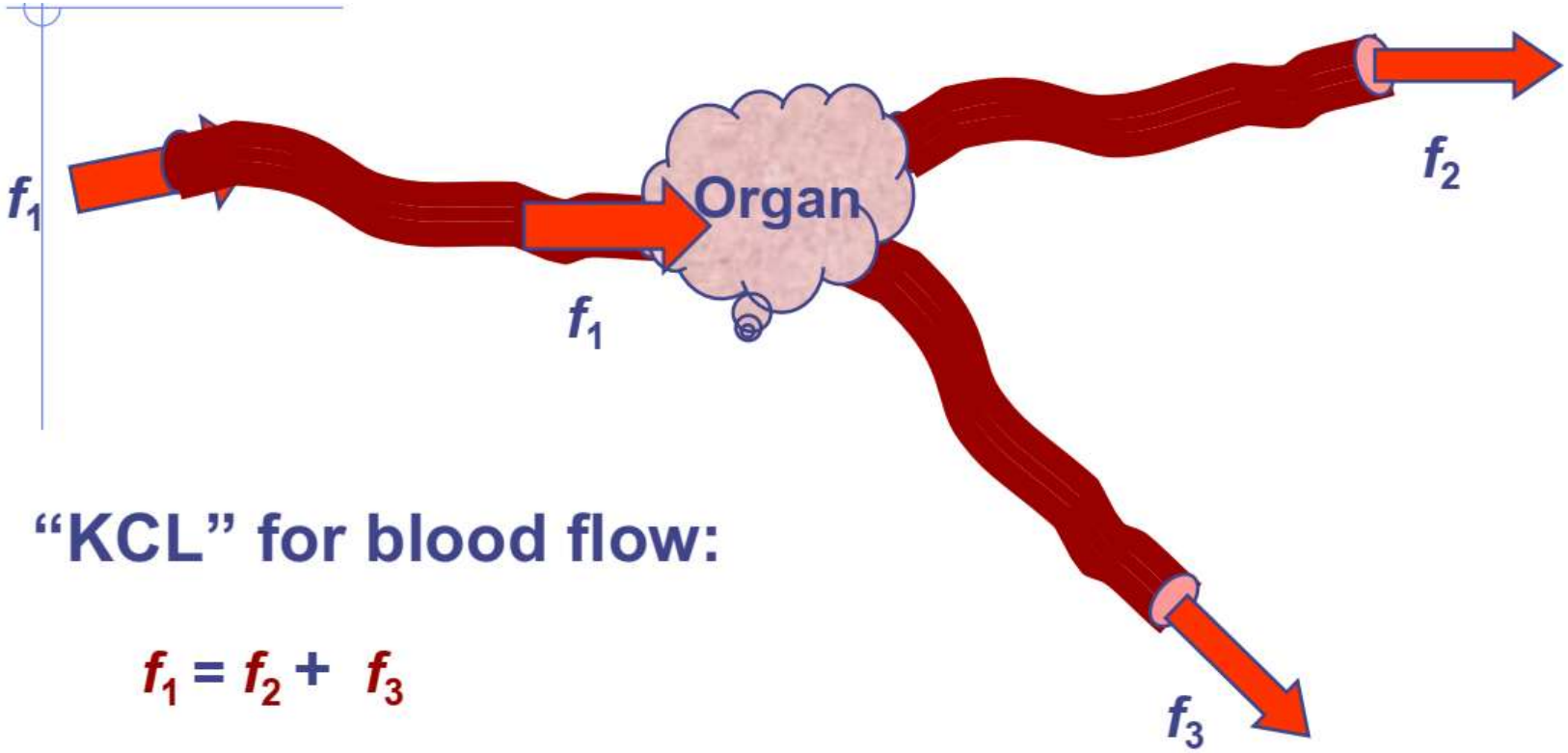
KCL در شبکه نوری

- در شبکه فیبر نوری (که در آن شدت نور معادل «جریان» است):
- $I_1 = I_2 + I_3$
- قانون KCLبرای نور:
- شدت نوری که وارد یک گره می‌شود، برابر مجموع شدت‌های خروجی است.



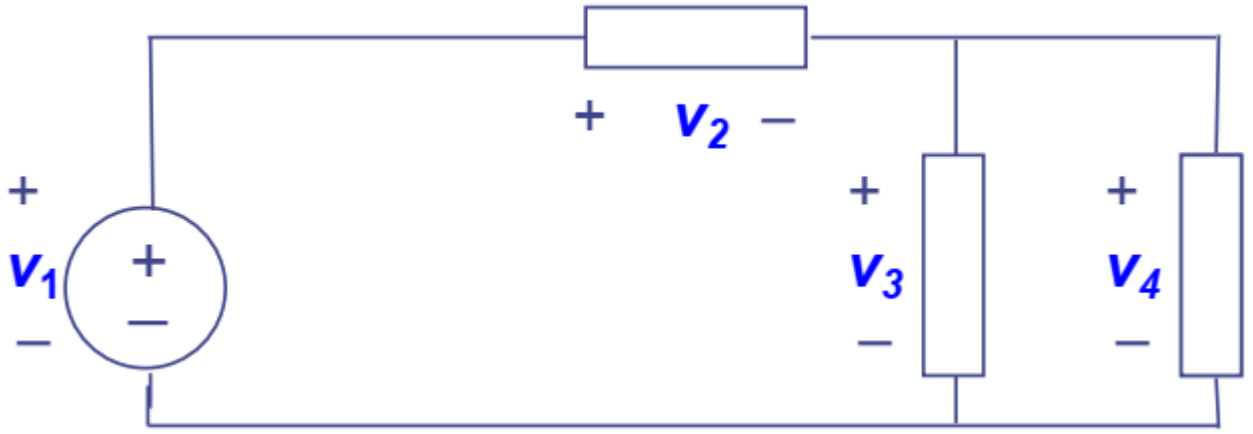
KCLدر شبکه زیستی (خون)

- در رگ‌های خونی بدن:
- $f_1 = f_2 + f_3$
- قانون KCLبرای جریان خون:
- مقدار خونی که وارد یک اندام می‌شود، برابر مجموع خروجی‌ها است.



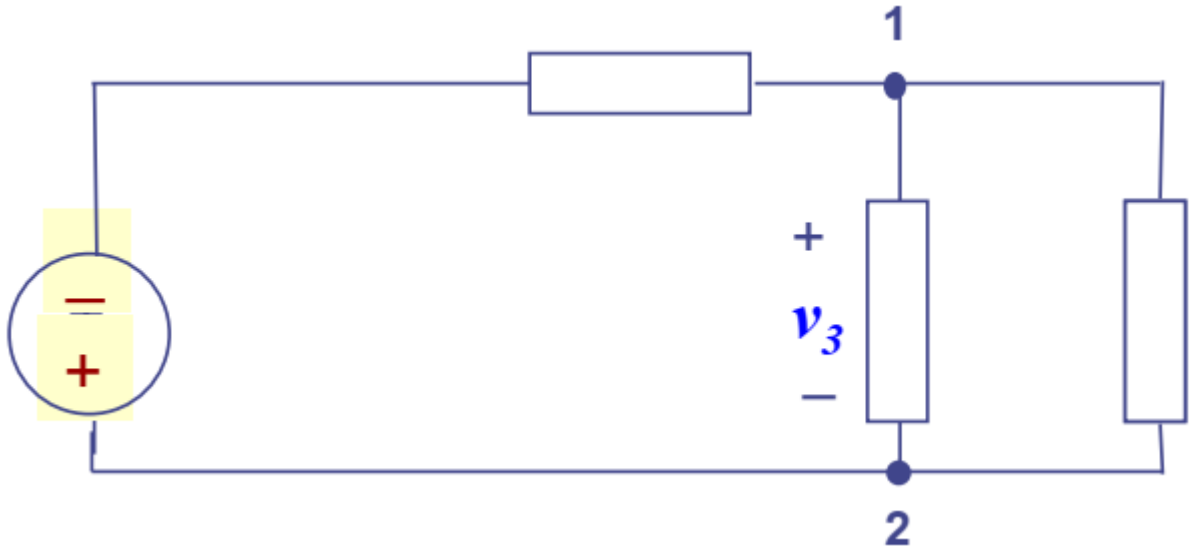
ولتاژ (Voltage)

- **ولتاژ** در شاخه‌های مدار، بین دو گره اندازه‌گیری می‌شود.
- **جهت ولتاژ** با علامت‌های «+» و «−» مشخص می‌گردد.
- منابع ولتاژ، جریان را در مدار به جریان می‌اندازند.
- ولتاژ همیشه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه است.



هر ولتاژ دارای مقدار و قطبیت است

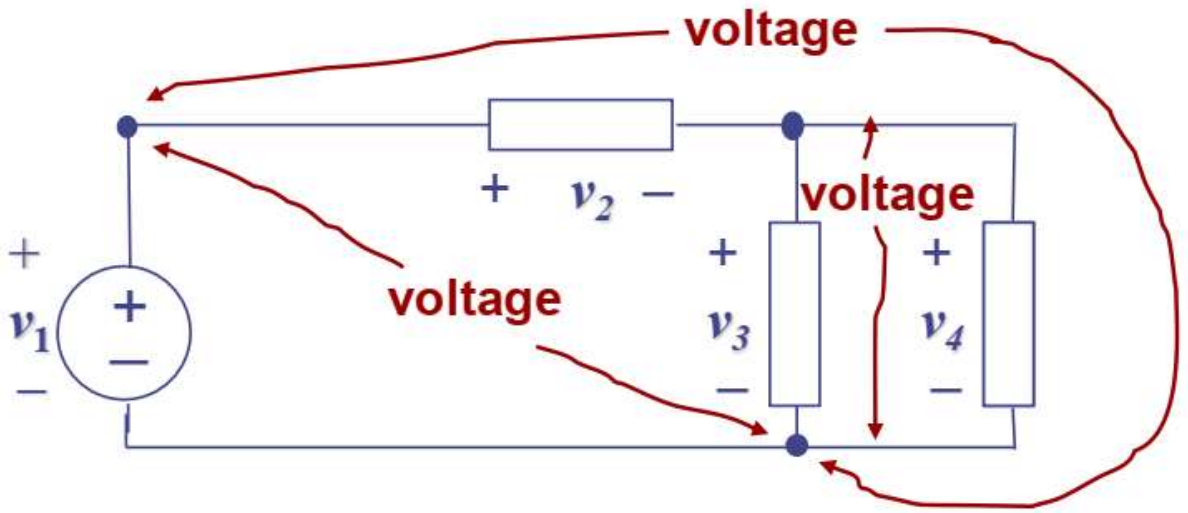
- قطبیت (جهت + و −) توسط طراح مدار تعیین می‌شود.
- مقدار آن به ویژگی‌های مدار بستگی دارد.
- مثال: اگر v_3 بین گره‌های ۱ و ۲ به‌صورت (+) در بالا و (−) در پایین مشخص شده باشد:



- اگر ۵ ولت از گره ۱ به ۲ وجود داشته باشد ⟵ $v_3 = +5V$
- اگر ۵ ولت از گره ۲ به ۱ باشد ⟵ $v_3 = -5V$

قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)

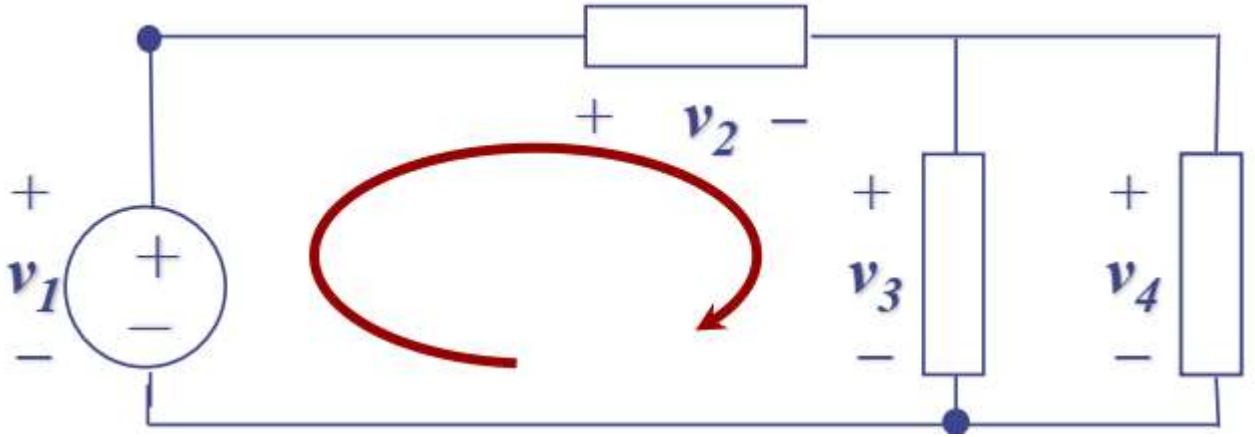
- ولتاژی که بین دو گره اندازه‌گیری می‌شود،
- به مسیر طی‌شده بستگی ندارد.
- مثال:



- $v_1 = v_2 + v_3$
- همچنین: $v_1 = v_2 + v_4$
- و بنابراین: $v_3 = v_4$

بیان رسمی KVL

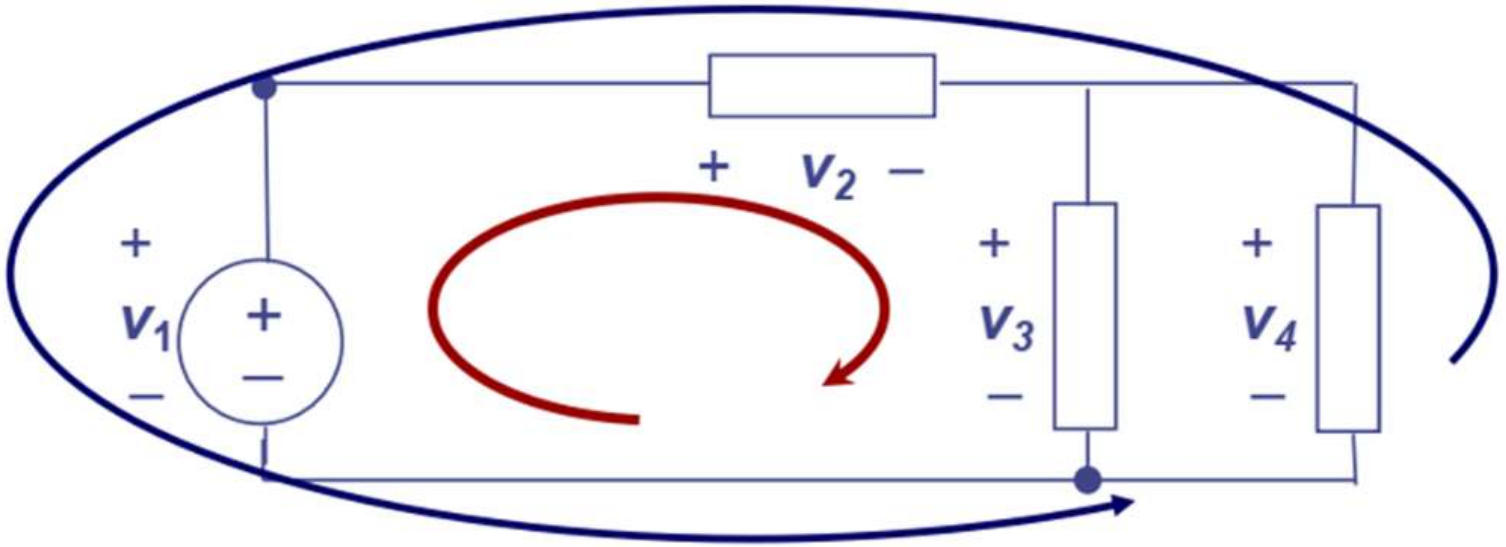
- $-v_1 + v_2 + v_3 = 0$ $\Leftrightarrow$ $v_1 = v_2 + v_3$



- تعریف رسمی:
  - مجموع ولتاژها در هر حلقهٔ بسته برابر صفر است.

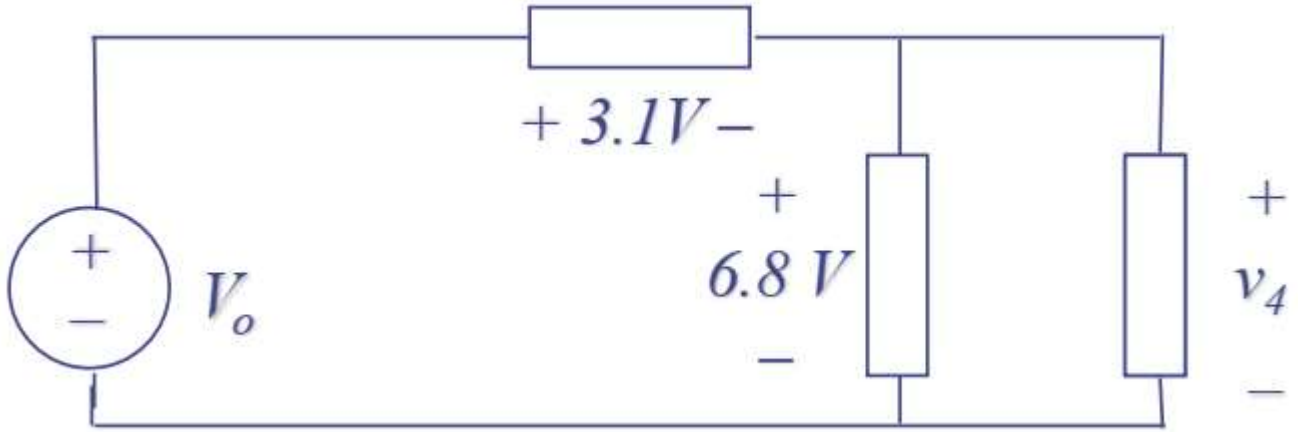
استفاده از تعریف رسمی KVL

- برای نوشتن معادله KVL:
- یک جهت چرخش (پیکان) دور حلقه تعیین کنید.
- هنگام حرکت، هر بار که ابتدا علامت + را می‌بینید ⟵ ولتاژ را با علامت مثبت بنویسید.
- هر بار که ابتدا - دیده شود ⟵ آن را منفی در معادله بیاورید.
- مثال:
- برای پیکان داخلی: $-v_1 + v_2 + v_3 = 0$
- برای پیکان بیرونی: $-v_4 - v_2 + v_1 = 0$



مثال ۱ از KVL

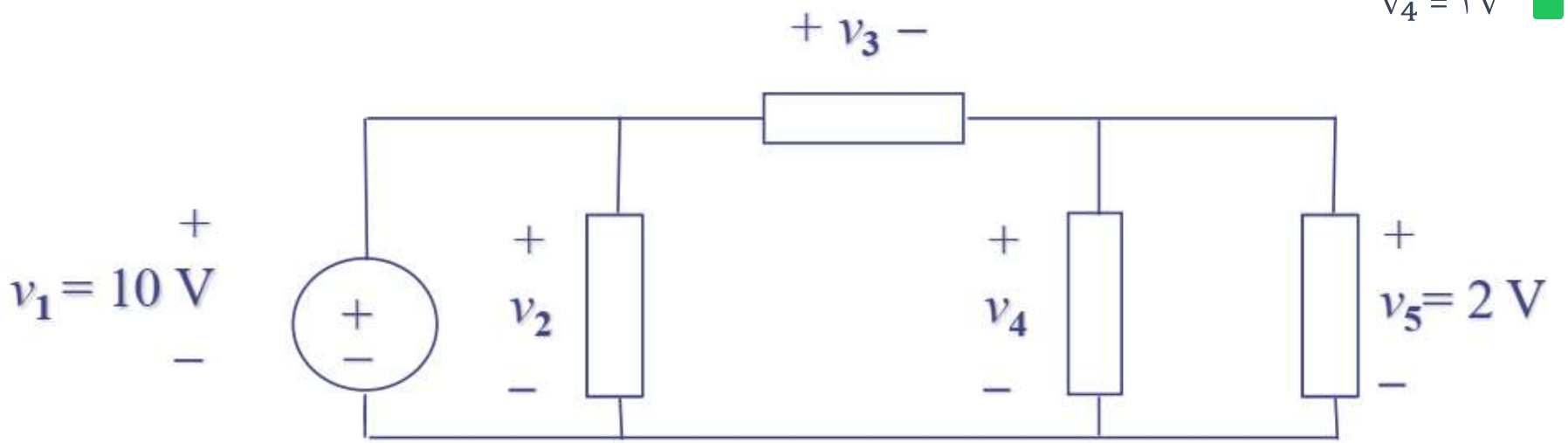
- سؤال: مقدار ولتاژ Voچقدر است؟
- پاسخ $V_o = 3.1\ V + 6.8\ V$



- سؤال: مقدار ولتاژ V_4چقدر است؟ $v_4 = 6.8\ V$

مثال ۲ از KVL

- سوال: اگر V_1 = ۱۰ولت و V_5 = ۲ولت باشد، V_2، V_3و V_4چه هستند؟
- داده‌ها:
  - $v_5 = ۲V$ $v_1 = ۱۰V$
- یافته‌ها:
  - $v_2 = ۱۰V$
  - $v_3 = ۱۰ - ۲ = ۸V$
  - $v_4 = ۲V$

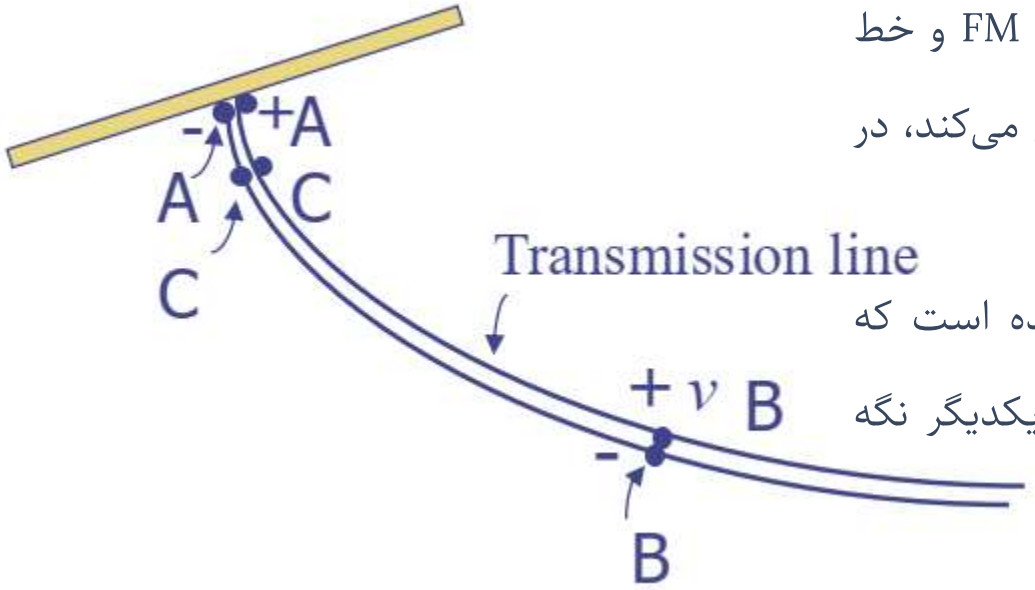


طول موج و ابعاد مدار

- چه اتفاقی می‌افتد وقتی ابعاد یک مدار قابل مقایسه یا حتی بزرگتر از طول موج مرتبط با بالاترین فرکانس‌های مورد نظر شود؟
- فرض کنید d بزرگترین بعد مدار، c سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی، λ طول موج بالاترین فرکانس مورد نظر و f فرکانس باشد. شرط بیان می‌کند که
- d از مرتبه بزرگتر از λ است
- حال $\tau = d/c$ زمان لازم برای انتشار امواج الکترومغناطیسی از یک سر مدار به سر دیگر است. از آنجایی که $f\lambda = c,\ \lambda/c = 1/f = T$ که در آن T دوره تناوب بالاترین فرکانس مورد نظر τ از مرتبه بزرگتر از T است (۱.۵)

پس این که

- بنابراین، با یادآوری اظهارات مربوط به کاربرد KCL و KVL در فرکانس‌های بالا، می‌توان گفت که KCL و KVL برای هر مدار فشرده‌ای صادق هستند، مادامی که زمان انتشار امواج الکترومغناطیسی از طریق محیط اطراف مدار در مقایسه با دوره تناوب بالاترین فرکانس مورد نظر، بسیار کوچک و قابل چشم‌پوشی باشد.
- مثال
  - بیایید یک آنتن دوقطبی یک گیرنده پخش FM و خط انتقال ۳۰۰ اهمی که آن را به گیرنده متصل می‌کند، در نظر بگیریم.



- خط انتقال از دو سیم مسی موازی تشکیل شده است که توسط پلاستیک عایق ساده در فاصله ثابتی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند.
- خط انتقال به سمت راست بی‌نهایت طولانی است.

خلاصه

- ۱. قوانین کیرشهف و مدل المان فشرده یک مدار معتبر هستند، مشروط بر اینکه بزرگترین بعد فیزیکی یک مدار در مقایسه با طول موج مربوط به بالاترین فرکانس مورد بررسی کوچک باشد.
- ۲. KCL بیان می‌کند که برای هر مدار الکتریکی فشرده، برای هر یک از گره‌های آن، و در هر زمان، مجموع جبری تمام جریان‌های شاخه‌ای که از گره خارج می‌شوند، صفر است.
- ۳. KVL بیان می‌کند که برای هر مدار الکتریکی فشرده، برای هر یک از حلقه‌های آن، و در هر زمان، مجموع جبری تمام ولتاژهای شاخه‌ای اطراف حلقه، صفر است.

$$\sum_{loop} v_i = 0$$

- ۴. قوانین کیرشهف، محدودیت‌های خطی بر ولتاژها و جریان‌های شاخه‌ها هستند. علاوه بر این، آنها مستقل از ماهیت عناصر هستند.